# حلول الكتاب

# المدرسي سنة رابعة

# المقطع الاول

# العمليات على الاعداد

# الطبيعية والناطقة

# والحساب على

# الجذور

# 1- الأعداد الطبيعية والأعداد الناطقة

## تحدّ:

صفحة 7 من الكتاب المدرسي

اقتراح طريقة لتوزيع المآزر بالتساوي على أكبر عدد ممكن من المدارس بحيث تتحصل كل مدرسة على العدد نفسه من المآزر من كل لون:

لدينا:

$$936 = 845 \times 1 + 91$$

$$845 = 91 \times 9 + 26$$

$$91 = 26 \times 3 + 13$$

$$26 = 13 \times 2 + 0$$

وعليه أكبر عدد ممكن من المدارس هو 13 مدرسة.

لدينا: $\frac{936}{845} = \frac{936 \div 13}{845 \div 13} = \frac{72}{65}$

تنال كل مؤسسة:

عدد المآزر الوردية هو 72.

عدد المآزر الزرقاء هو 65.

## أستعدّ:

1/ حاصل قسمة 1954 على 4 هو 488 **صحيح** لأن : $1954 = 4 \times 488 + 2$

2/ المساواة $137 = 5 \times 25 + 12$ تعبّر عن القسمة الإقليدية للعدد 137 على 5.

**خاطئ** لأن: $12 > 5$ .

3/ المساواة $72 = 24 \times 3$ تعبّر عن القسمة الإقليدية للعدد 72 على 24 إذن باقي القسمة هو 3. **خاطئ** لأن 3 هو حاصل القسمة وباقي القسمة هو 0.

4/ العدد 2017 يقبل القسمة على 2 لأن مجموع أرقامه يقبل القسمة على 2.

**خاطئ** لأن 2017 لا يقبل القسمة على 2 لأن رقم آحاده فردي.

5/ العدد 2935 يقبل القسمة على 5 لأن رقم وحداته يقبل القسمة على 5. **صحيح**

6/ العدد 70902 يقبل القسمة لأن مجموع أرقامه يقبل القسمة على 9. **صحيح**

7/ العدد المجهول في المساواة $\frac{13}{5} = \frac{......}{-10}$ هو $-26$. **صحيح**

لأن: $5\times(-2)=-10$ و $13\times(-2)=-26$.

8/ الكسر $\frac{34}{9}$ يساوي $\frac{238}{63}$ صحيح لأن:

$34\times7=238$ ، $9\times7=63$

9/ مقلوب العدد الناطق $\frac{-11}{13}$ هو $\frac{11}{13}$ وحاصل قسمة $\frac{-9}{4}\div9$ يساوي $\frac{-81}{4}$ **خاطئ**

لأن: مقلوب العدد الناطق $\frac{-11}{13}$ هو $\frac{-13}{11}$.

وحاصل قسمة هو: $\frac{-9}{4}\div9=\frac{-9}{4}\times\frac{1}{9}=\frac{-9}{4\times9}=\frac{-1}{4}$

10/ المجموع $\frac{7}{6}+\frac{6}{7}$ هو 1 والمجموع $1+\frac{3}{5}$ هو $\frac{4}{5}$ **خاطئ** لأن:

$$\frac{6}{7}+\frac{7}{6}=\frac{6\times6}{7\times6}+\frac{7\times7}{6\times7}$$

$$=\frac{36}{42}+\frac{49}{42}=\frac{36+49}{42}=\frac{85}{42}$$

$$1+\frac{3}{5}=\frac{5}{5}+\frac{3}{5}=\frac{8}{5}$$

# أوظف تعلّماتي

**حلول التمارين** — **صفحة 14 من الكتاب المدرسي**

## قواسم عدد طبيعي:

**1** كتابة المساواة التي تعبّر عن القسمة الإقليدية للعدد 1512 على العدد 21:

$$1512=21\times72+0$$

حاصل القسمة هو 72.

باقي القسمة هو 0.

**2** الأعداد التي تقبل القسمة على 6 هي: 120 ، 132.

**3** تعيين قواسم العدد 84

لدينا: $84=1\times84$ ، $84=2\times42$ ، $84=3\times28$

$84=4\times21$ ، $84=6\times14$ ، $84=7\times12$

وعليه قواسم العدد 84 هي: $\{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 7 ; 8 ; 12 ; 14 ; 21 ; 28 ; 42 ; 84\}$

**4** تعيين جميع قواسم الأعداد 910 ؛ 1000 ؛ $5\times11$:

| | |
|---|---|
| $910 = 1\times910$ | $1000 = 1\times1000$ |
| $910 = 2\times455$ | $1000 = 2\times500$ |
| $910 = 5\times182$ | $1000 = 4\times250$ |
| $910 = 7\times130$ | $1000 = 5\times200$ |
| $910 = 10\times91$ | $1000 = 8\times125$ |
| $910 = 13\times70$ | $1000 = 10\times100$ |
| $910 = 14\times65$ | $1000 = 20\times50$ |
| $910 = 26\times35$ | $1000 = 25\times40$ |

وعليه قواسم العدد 910 هي:

$\{1 ; 2 ; 5 ; 7 ; 10 ; 13 ; 14 ; 26 ; 35 ; 65 ; 70 ; 91 ; 130 ; 182 ; 455 ; 910\}$

قواسم العدد 1000 هي:

$\{1 ; 2 ; 4 ; 5 ; 8 ; 10 ; 20 ; 25 ; 40 ; 50 ; 100 ; 125 ; 200 ; 250 ; 500 ; 1000\}$

قواسم العدد $11 \times 5$ هي: $\{1 ; 5 ; 11 ; 55\}$.

**5** الإجابة بصحيح أو خطأ :

8 يقسم 4. **خطأ**

360 يقبل القسمة على 180. **صحيح**

9 يقسم $2\times3^{10}\times5\times7$ . **صحيح**

**6** تعيين رقم الوحدات $u$ ورقم العشرات $d$ في العدد $1956du$ حتى يصبح قابلاً للقسمة على 5 و 9 في آن واحد.

أولاً: حتى يقبل القسمة على 5 يجب أن يكون $u=0$ أو $u=5$.

في حالة $u=0$ مجموع الأرقام يصبح $21+d$ وعليه حتى يقبل القسمة على 9 يجب أن يكون المجموع قابلا للقسمة على 9 أي: $21+d=27$ أي $d=6$

وبالتالي العدد هو 195660.

في حالة $u=5$: مجموع الأرقام هو $26+d$ حتى يقبل القسمة على 9 يجب أن يكون: $26+d=27$ أي $d=1$ وبالتالي العدد هو 195615

الحالتين هما: $u=0$ و $d=6$.

$u=5$ و $d=1$.

**7** بما أن حجم الخزان هو $30m^3$ وارتفاعه $1m$ فإن مساحة قاعدته هي:

$S=V\div h=30$

وعليه بُعدا القاعدة هما: الطول $30m$، العرض $1m$

أو الطول $15m$، العرض $2m$

أو الطول $10m$، العرض $3m$

أو الطول $6m$، العرض $5m$

لأن: $30=1\times 30$ ، $30=2\times 15$ ، $30=3\times 10$ ، $30=5\times 6$

**8** قيم العدد الطبيعي $a$ التي من أجلها يكون $\frac{18}{a}$ عددًا طبيعيًا هي قواسم العدد 18

أي: $1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 9 ; 18$

لأن: $18=1\times 18$ ، $18=2\times 9$ ، $18=3\times 6$

**9** تعيين قيم العدد الطبيعي $a$ التي من أجلها يكون $\frac{24}{a+7}$ عددًا طبيعيًا.

لدينا: قواسم العدد 24 هي: $1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 12 ; 24$

حتى يكون العدد $\frac{24}{a+7}$ طبيعيًا يجب أن يكون $(a+7)$ من قواسم العدد 24 وعليه:

| $a+7=8$ | $a+7=12$ | $a+7=24$ | $a+7=6$ |
|---|---|---|---|
| $a=1$ | $a=5$ | $a=17$ | $a=-1$ (ليس طبيعي) |

وعليه قيم العدد الطبيعي $a$ هي: $\{1 ; 5 ; 17\}$.

**10** تعيين قائمة قواسم العددين 155 ، 141:

$155=1\times 155$ $\quad$ $141=1\times 141$

$155=5\times 31$ $\quad$ $141=3\times 47$

وعليه قواسم العدد 155 هي: $\{1 ; 5 ; 31 ; 155\}$

وعليه قواسم العدد 141 هي: $\{1 ; 3 ; 47 ; 141\}$

أكبر قاسم مشترك للعددين 155 و 141 هو 1

أصغر قاسم مشترك للعددين 155 و 141 هو 1

**11** تعيين كل الأعداد الطبيعية التي تتكوّن من ثلاثة أرقام وتقبل القسمة على 3

وعلى 5 في آن واحد علما أن رقم العشرات هو 7 .

لدينا حالتين لرقم الآحاد إما 0 أو 5 .

في حالة رقم الآحاد 0 العدد يصبح مكتوب من الشكل $a70$ وبالتالي مجموع أرقامه هو $7+a$ حتى يقبل القسمة على 3 يجب أن يكون:

$a+7=9$ أو $a+7=12$ أو $a+7=15$

أي: $a=2$ أو $a=5$ أو $a=8$

وعليه الأعداد هي: 270 ; 570 ; 870.

من جهة أخرى في حالة رقم الآحاد 5 يصبح العدد مكتوب من الشكل $a75$ وبالتالي مجموع أرقامه هو $a+12$ وحتى يقبل القسمة على 3 يجب أن يكون:

$a+12=15$ ، $a+12=18$ ، $a+12=21$

أي: $a=3$ ، $a=6$ ، $a=9$

وعليه الأعداد هي: 375 ; 675 ; 975.

إذن الأعداد المطلوبة هي :

270 ; 570 ; 870 ; 375 ; 675 ; 975.

**12** 1) التحقق أن العددين $a$ و $b$ يقبلان القسمة على 3:

لدينا: $a=471=3\times157+0$

$b=192=3\times64+0$

وعليه العددان $a$ و $b$ يقبلان القسمة على 3.

2) لدينا:

$$a-b=471-192=279=3\times93+0$$

$$a+b=471+192=663=3\times221+0$$

وعليه العددان $a-b$ و $a+b$ يقبلان القسمة على 3.

**13** إثبات أن 11 من قواسم 14300:

لدينا: $14300=11\times1300$

وعليه 11 من قواسم 14300.

استنتاج أن 11 من قواسم 14322:

لدينا: $14322=14300+22$

11 يقسم 14300 ، 11 يقسم 22 وعليه فإن 11 يقسم المجموع $14300+22$

أي 11 يقسم 14322.

**14** إثبات أن 7 من قواسم 217:

بما أن: $217=7\times31$ فإن 7 من قواسم 217.

استنتاج أن 7 من قواسم 21700000:

لدينا: $21700000=217\times100000$

$=7\times31\times100000$

$=7\times3100000$

وبالتالي 7 من قواسم العدد 21700000.

**15** 1) حساب $a-b$:

$$a-b=(n+19)-(n+1)$$
$$=n+19-n-1$$
$$a-b=18$$

2) بما أن $d$ قاسم مشترك للعددين $a$ و $b$ فهو قاسم للفرق $a-b$ أي $d$ قاسم للعدد 18 أي $d$ من قواسم العدد 18.

3) قواسم العدد 18 هي: 1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 9 ; 18 وعليه هي الأعداد التي يمكن أن تكون قواسم مشتركة للعددين هي $a$ و $b$.

**16** بوضع $a=n+2$ ، $b=n+32$

$$b-a=n+32-n-2=30$$

قواسم العدد 30 هي: 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 6 ; 10 ; 15 ; 30

وهي الأعداد التي يمكن أن تكون قواسم مشتركة للعددين.

## القاسم المشترك الأكبر

**17** إيجاد القواسم المشتركة للعددين $a$ و $b$ ثم استنتاج القاسم المشترك الأكبر لهما:

أ) $a=18$ و $b=30$:

قواسم العدد 18 هي: 1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 9 ; 18

لأن: $1\times18=18$ ، $2\times9=18$ ، $3\times6=18$

قواسم العدد 30 هي: 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 6 ; 10 ; 15 ; 30

لأن: $1\times30=30$ ، $2\times15=30$ ، $3\times10=30$ ، $5\times6=30$

القواسم المشتركة للعددين 18 ; 30 هي: 1 ; 2 ; 3 ; 6.

وعليه القاسم المشترك الأكبر للعددين 18 ; 30 هو 6.

ب) $a=27$ و $b=36$:

لدينا: $1\times27=27$ ، $3\times9=27$

$1\times36=36$ ، $2\times18=36$ ، $3\times12=36$ ، $4\times9=36$ ، $6\times6=36$

وعليه: قواسم 27 هي: 1 ; 3 ; 9 ; 27

قواسم 36 هي: 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 9 ; 12 ; 18 ; 36

وبالتالي القواسم المشتركة للعددين 27 ; 36 هي: 1 ; 3 ; 9

وعليه القاسم المشترك الأكبر للعددين 27 و 36 هو 9.

ج) $a=57$ و $b=95$:

لدينا: $57\times1=57$ ، $3\times19=57$

و $1\times95=95$ ، $5\times19=95$

قواسم العدد 57 هي: 1 ; 3 ; 19 ; 57

قواسم العدد 95 هي: 1 ; 5 ; 19 ; 57

وبالتالي القواسم المشتركة هي: 1 ; 19 وعليه القاسم المشترك الأكبر هو 19.

**18** تعيين القاسم المشترك الأكبر للعددين 112 و 120 والقاسم المشترك الكبر للعددين 120 و 88.

قواسم 112 هي: 1 ; 2 ; 4 ; 7 ; 8 ; 14 ; 16 ; 28 ; 56 ; 112

قواسم 120 هي:

1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 8 ; 10 ; 12 ; 15 ; 20 ; 24 ; 30 ; 40 ; 60 ; 120

وعليه القواسم المشتركة للعددين 112 و 120 هي: 1 , 2 , 4 , 8.

وبالتالي: $d=PGCD(112\ ;\ 120)=8$

من جهة أخرى قواسم 88: 1 , 2 , 4 , 8 , 11 , 22 , 44 , 88

وبالتالي القواسم المشتركة للعددين 120 و 88 هي: 1 , 2 , 4 , 8

وبالتالي $PGCD(120\ ;\ 88)=8$

حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين $d$ و 88:

قواسم العدد $d$ هي: 1 ، 2 ، 4 ، 8.

القواسم المشتركة للعددين $d$ و 88هي قواسم العدد 8 وبالتالي $PGCD(d\ .\ 88)=8$

**15** باستعمال الفوارق المتتالية إيجاد في كل حالة القاسم المشترك الأكبر:

أ) $b=1035$ و $a=437$:

$$1035-437=598$$
$$598-437=161$$
$$437-161=276$$
$$376-161=115$$
$$161-115=46$$
$$115-46=69$$
$$69-46=23$$
$$46-23=23$$
$$23-23=0$$

وعليه : $PGCD(1035\ ;\ 437)=23$ .

ب) $a=3906$ و $b=7914$:

$$7914-3906=4008$$
$$4008-3906=102$$
$$3906-102=3804$$
$$33804-102=3702$$
$$3702-102=3600$$
$$3600-102=3498$$
$$3498-102=3396$$
$$3396-102=3294$$
$$3294-102=3192$$
$$3192-102=3090$$
$$3090-102=2988$$
$$2988-102=2886$$

$$2886-102=2784$$
$$2784-102=2682$$
$$2682-102=2580$$
$$2580-102=2478$$
$$2478-102=2376$$
$$2376-102=2274$$
$$2274-102=2172$$
$$2172-102=2070$$
$$2070-102=1968$$
$$1968-102=1866$$
$$1866-102=1764$$
$$1764-102=1662$$

$1662-102=1560$
$1560-102=1458$
$1458-102=1356$
$1356-102=1254$
$1254-102=1152$
$1152-102=1050$
$1050-102=948$
$948-102=846$
$846-102=744$
$744-102=642$
$642-102=540$
$540-102=438$

$438-102=336$
$336-102=234$
$234-102=132$
$132-102=30$
$102-30=72$
$72-30=42$
$42-30=12$
$30-12=18$
$18-12=6$
$12-6=6$
$6-6=0$

وعليه : $PGCD(3906\ ;\ 7914)=6$ .

ج) $a=943$ و $b=861$:

$943-861=82$
$861-82=779$
$779-82=697$
$697-82=615$
$615-82=533$
$533-82=451$
$451-82=369$
$369-82=287$
$287-82=205$
$205-82=123$
$123-82=41$
$82-41=41$
$41-41=0$

وعليه : $PGCD(943;861)=41$ .

د) $a=1111$ ، $b=111111$

بنفس الطريقة نجد: $PGCD(111111;1111)=11$

$$43 = 18 \times 2 + 7$$
$$18 = 7 \times 2 + 4$$
$$7 = 4 \times 1 + 3$$
$$4 = 3 \times 1 + 1$$
$$3 = 1 \times 3 + 0$$

وعليه: $PGCD(147 ; 104) = 1$

وبالتالي العددان 104 و 147 أوليان فيما بينهما.

**25** لدينا:

$$65 = 56 \times 1 + 9$$
$$56 = 9 \times 6 + 2$$
$$9 = 2 \times 4 + 1$$
$$2 = 1 \times 2 + 0$$

وعليه: $PGCD(56 ; 65) = 1$ وبالتالي العددان 56 و 65 أوليان فيما بينهما.

**26** 1) إثبات أن العددان 23 و 29 أوليان فيما بينهما:

لدينا قواسم 23: 1 , 23

قواسم 29: 1 , 29

القواسم المشتركة للعددين 23 , 29 هي: 1.

وبالتالي: $PGCD(23 ; 29) = 1$

وعليه العددان 23 و 29 أوليان فيما بينهما.

2) برهان أن: $\frac{207}{261} = \frac{23}{29}$

لدينا: $261 = 207 \times 1 + 54$

$$207 = 54 \times 3 + 45$$
$$54 = 45 \times 1 + 9$$
$$45 = 9 \times 5 + 0$$

وعليه: $PGCD(207 ; 261) = 9$

وبالتالي: $\frac{207}{261} = \frac{207 \div 9}{261 \div 9} = \frac{23}{29}$

3) تعيين العدد الطبيعي $a$ حيث: $\frac{207}{261} = \frac{161}{161 + a}$

**29** 1) تعيين في كل حالة الكسر غير القابل للاختزال :

في حالة $n=9$ : $A=\frac{9+7}{9+1}=\frac{16}{10}=\frac{16\div2}{10\div2}=\frac{8}{5}$

في حالة $n=11$ : $A=\frac{11+7}{11+1}=\frac{18}{12}=\frac{18\div6}{12\div6}=\frac{3}{2}$

في حالة $n=13$ : $A=\frac{13+7}{13+1}=\frac{20}{14}=\frac{20\div2}{14\div2}=\frac{10}{7}$

2) إثبات أن $A=1+\frac{6}{n+1}$

لدينا : $A=\frac{n+7}{n+1}=\frac{n+1+6}{n+1}=\frac{n+1}{n+1}+\frac{6}{n+1}=1+\frac{6}{n+1}$

3) استنتاج قيم $n$ حتى يكون $A$ عددا طبيعيا :

بما أن $A=1+\frac{6}{n+1}$ حتى يكون $A$ عددا طبيعيا فإنه يجب أن يكون $(n+1)$ من قواسم 6 .

لدينا قواسم العدد 6 هي : $6;3;2;1$

وعليه : $n+1=1$ أو $n+1=2$ أو $n+1=3$ أو $n+1=6$

أي : $n=0$ أو $n=1$ أو $n=2$ أو $n=5$

قيم $n$ هي: $\{5;2;1;0\}$.

**30** لدينا :
$$n+1=n\times1+1$$
$$n=1\times n+0$$

وعليه: $PGCD(n+1;n)=1$

وبالتالي الكسر $\frac{n}{n+1}$ هو كسر غير قابل للاختزال.

**31**

لدينا : $\frac{35n+7}{55n+11}=\frac{7(5n+1)}{11(5n+1)}=\frac{7}{11}$

وعليه الكسر $\frac{35n+7}{55n+11}$ قابل للاختزال من أجل كل عدد طبيعي $n$ ويساوي دائما $\frac{7}{11}$.

**32** حساب وإعطاء النتيجة على شكل كسر غير قابل للاختزال :

* اختزال الكسر $\frac{42354}{10080}$ :

لدينا :

$$42354 = 10080 \times 4 + 2034$$
$$10080 = 2034 \times 4 + 1908$$
$$2034 = 1908 \times 1 + 126$$
$$1908 = 126 \times 15 + 18$$
$$126 = 18 \times 7 + 0$$

وعليه : $PGCD(42354;10080) = 18$

وبالتالي: $\frac{42354}{10080} = \frac{42354 \div 18}{10080 \div 18} = \frac{2353}{560}$

* اختزال الكسر $\frac{312054}{21870}$ :

لدينا :

$$312054 = 21870 \times 14 + 5874$$
$$21870 = 5874 \times 3 + 4248$$
$$5874 = 4248 \times 1 + 1626$$
$$4248 = 1626 \times 2 + 996$$
$$1626 = 996 \times 1 + 630$$
$$996 = 630 \times 1 + 366$$
$$630 = 366 \times 1 + 264$$
$$366 = 264 \times 1 + 102$$
$$264 = 102 \times 2 + 60$$
$$102 = 60 \times 1 + 42$$
$$60 = 42 \times 1 + 18$$
$$42 = 18 \times 2 + 6$$
$$18 = 6 \times 3 + 0$$

وعليه : $PGCD(312054;21870) = 6$

وبالتالي : $\frac{312054}{21870} = \frac{312054 \div 6}{21870 \div 6} = \frac{52009}{3645}$

$A=\frac{2}{7}-\frac{3}{7}\times\frac{8}{21}$

$A=\frac{2}{7}-\frac{24}{147}$

$A=\frac{2\times21}{7\times21}-\frac{24}{147}$

$A=\frac{42-24}{147}$

$A=\frac{18}{147}=\frac{6\times3}{49\times3}$

$A=\frac{6}{49}$

$B=\left(\frac{7}{6}-\frac{3}{4}\right)\times\frac{4}{5}$

$B=\left(\frac{14}{12}-\frac{9}{12}\right)\times\frac{4}{5}$

$B=\frac{\cancel{5}}{12}\times\frac{4}{\cancel{5}}$

$B=\frac{4}{12}$

$B=\frac{4\div4}{12\div4}=\frac{1}{3}$

$C=10\div\left(\frac{7}{3}-\frac{3}{7}\right)$

$C=10\div\left(\frac{49}{21}-\frac{9}{21}\right)$

$C=10\div\frac{40}{21}$

$C=\frac{10}{1}\times\frac{21}{40}$

$C=\frac{210}{40}=\frac{21}{4}$

$D=\frac{2}{3}-\frac{14}{3}\div\frac{5}{24}$

$D=\frac{2}{3}-\frac{14}{\cancel{3}}\times\frac{\cancel{24}^{8}}{5}$

$D=\frac{2}{3}-\frac{112}{5}$

$D=\frac{10}{15}-\frac{336}{15}$

$D=\frac{-326}{15}$

**33** حساب وإعطاء النتائج على شكل كسر غير للاختزال :

$$A=\frac{1+\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{3}}}=\frac{\frac{2}{2}+\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{\frac{3}{3}+\frac{1}{3}}}=\frac{\frac{3}{2}}{1+\frac{1}{\frac{4}{3}}}$$

$$A=\frac{\frac{3}{2}}{1+\frac{3}{4}}=\frac{\frac{3}{2}}{\frac{4}{4}+\frac{3}{4}}=\frac{\frac{3}{2}}{\frac{7}{4}}=\frac{3}{2}\times\frac{4}{7}$$

$$A=\frac{12}{14}=\frac{6}{7}$$

$$B=\frac{24}{25}\times\frac{\frac{5}{8}-\frac{5}{6}}{\frac{1}{3}+\frac{3}{4}}=\frac{24}{25}\times\frac{\frac{15}{24}-\frac{20}{24}}{\frac{4}{12}+\frac{9}{12}}$$

$$B=\frac{24}{25}\times\frac{\frac{-5}{24}}{\frac{13}{12}}=\frac{\cancel{24}}{25}\times\frac{-5}{\cancel{24}}\times\frac{12}{13}$$

$$B=\frac{-\cancel{5}\times12}{\cancel{5}\times5\times13}=\frac{-12}{65}$$

**34**

1) العددان 1005 و 315 ليسا أوليين فيما بينهما لأنها يقبلان القسمة على 5.

ب) حساب $PGCD(1005;315)$ :

$$1005=315\times3+60$$
$$315=60\times5+15$$
$$60=15\times4+0$$

ومنه $PGCD(1005;315)=15$

3) كتابة الكسر $\frac{1005}{315}$ على شكل غير قابل للاختزال :

$$\frac{1005}{315}=\frac{1005\div 15}{315\div 15}=\frac{67}{21}$$

**35** 1) حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 210 و 441 :

$$441=210\times 2+21$$

$$210=21\times 10+0$$

وعليه : $PGCD(441;210)=21$

2) كتابة الكسر $\frac{441}{210}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال :

$$\frac{441}{210}=\frac{441\div 21}{210\div 21}=\frac{21}{10}$$

**36** 1) حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 496 و 806 :

$$806=496\times 1+310$$

$$496=310\times 1+186$$

$$310=186\times 1+124$$

$$186=124\times 1+62$$

$$124=62\times 2+0$$

وعليه : $PGCD(806;496)=62$

2) كتابة الكسر $\frac{496}{806}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال :

$$\frac{496}{806}=\frac{496\div 62}{806\div 62}=\frac{8}{13}$$

3) حساب الفرق وكتابة النتيجة على شكل كسر غير قابل للاختزال :

$$\frac{3}{26}-\frac{496}{806}=\frac{3}{26}-\frac{8}{13}=\frac{3}{26}-\frac{16}{26}=-\frac{13}{26}=-\frac{1}{2}$$

**37** 1) حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 45 و 162 :

لدينا :

$$162=45\times 3+27$$

$$45=27\times 1+18$$

$$27=18\times 1+9$$

$$18=9\times 2+0$$

وعليه : $PGCD(162;45)=9$

2) كتابة الكسر $\frac{a}{b}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال :

لدينا : $162a=45b$ وعليه : $\frac{a}{b}=\frac{45}{162}$

وبالتالي : $\frac{a}{b}=\frac{45\div 9}{162\div 9}=\frac{5}{18}$

**38** 1) حساب $PGCD(5175;3825)$

لدينا :

$$5175-3825=1350$$
$$3825-1350=2475$$
$$2475-1350=1124$$
$$1350-1125=225$$
$$1125-225=900$$
$$900-225=675$$
$$675-225=450$$
$$450-225=225$$
$$225-225=0$$

وعليه : $PGCD(5175;3825)=225$

2) كتابة الكسر $\frac{5175}{3825}$ على الشكل غير القابل للاختزال :

$$\frac{5175}{3825}=\frac{5175\div 225}{3825\div 225}=\frac{23}{17}$$

3) استنتاج كتابة العدد $A$ على الشكل $b+\frac{c}{d}$ :

$$A=\frac{5175}{3825}+\frac{19}{17}=\frac{23}{17}+\frac{19}{17}=\frac{23+19}{17}=\frac{42}{17}$$

$$A=\frac{34+8}{17}=\frac{34}{17}+\frac{7}{17}=2+\frac{8}{17}$$

حيث : $b=2$ ، $c=8$ ، $d=17$ .

**39** لا أوافق ليلى فيما قامت به لأنه لا يكفي اختبار قواعد قابلية القسمة على 10,9,5,4,3,2 لمعرفة هل العددان أوليان فيما بينهما.

اقتراح طريقة مناسبة :

حساب قواسم العدد الأصغر 253 ثم اختبار قابلية قسمة 407 على هذه الأعداد الطبيعية.

**40** 1) حساب $PGCD(19251;22816)$ :

لدينا :

$$22816 = 19251 \times 1 + 3565$$
$$19251 = 3565 \times 5 + 1426$$
$$3565 = 1426 \times 2 + 713$$
$$1426 = 713 \times 2 + 0$$

وعليه : $PGCD(19251;22816) = 713$

2) كتابة الكسر $\frac{22816}{19251}$ على كسر غير قابل للاختزال :

$$\frac{22816}{19251} = \frac{22816 \div 713}{19251 \div 713} = \frac{32}{27}$$

حلول التمارين — صفحة 16 من الكتاب المدرسي

## أوكد تعلماتي

في كل حالة اختيار الإجابة أو الإجابات الصحيحة مع التبرير :

1- في القسمة الإقليدية للعدد 72 على 5 : (1) حاصل القسمة هو 14 والباقي 2

لأن : $72 = 5 \times 14 + 2$.

2- في القسمة الإقليدية للعدد 84 على 12 : (2) حاصل القسمة هو 7 والباقي 0

لأن : $84 = 12 \times 7 + 0$.

3- قواسم العدد 121 هي : (3) $\{121;11;1\}$.

لأن : $121 = 1 \times 121$ ، $121 = 11 \times 11$

4- قواسم العدد 34 هي : (1) $\{34;17;2;1\}$

لأن : $1 \times 34 = 34$ ، $17 \times 2 = 34$

ب) إثبات أن $aaa = 111a$ :

لدينا :

$$aaa = a + a\times10 + a\times100$$
$$aaa = (1+10+100)a$$
$$aaa = 111a$$

استنتاج أن $aaa$ يقبل القسمة على 37:

بما أن $111 = 37\times3$ فإن : $aaa = 37\times3a$

وعليه كل عدد مكتوب على شكل $aaa$ يقبل القسمة على 37 .

**42** أكبر عدد من الغرف التي يمكن أن يحتوي عليها كل طابق هو القاسم المشترك الأكبر للعددين 105 و 84 .

لدينا :

$$105 = 84\times1+21$$
$$84 = 21\times4+0$$

وعليه : $PGCD(105;84) = 21$

وبالتالي أكبر عدد من الغرف هو 21 غرفة.

حساب عدد الطوابق في كل فندق :

عدد الطوابق في الفندق ذو 105 غرفة هو: 5 لأن : $105\div21 = 5$

عدد الطوابق في الفندق ذو 84 غرفة هو: 4 لأن : $84\div21 = 4$

**43** باستعمال الآلة الحاسبة نجد: $\frac{5}{4}+\frac{3}{8}-(17+15)+11\times7 = \frac{373}{8}$

**44** 1) كتابة $A$ على شكل غير قابل للاختزال :

$$A = \frac{6}{7}-\frac{4}{7}\times\frac{5}{2}$$
$$A = \frac{6}{7}-\frac{20}{14}$$
$$A = \frac{12}{14}-\frac{20}{14}$$
$$A = \frac{-8}{14} = \frac{-4}{7}$$

## 2- الحساب على الجذور

**تحدّ:** صفحة 19 من الكتاب المدرسي

مساعدة الفلاح على إيجاد طول ضلع قاعدة الخزان :

بما أن : $V = B\times h$ فإن $S_B=\frac{V}{h}$

وعليه: $S_B=\frac{36}{1,8}$ أي: $S_B = 20$

وبما أن القاعدة مربعة الشكل مساحتها $a^2$ فإن : $a^2=20$ أي : $a=\sqrt{20}$

بالتدوير إلى $1cm$ نجد: $a=447cm$.

**أستعد :**

1) مربع العدد 4 هو 8 خاطئ لأن مربع 4 هو 16: $4\times4=6$.

2) مربع العدد $-5$ هو $-25$ خاطئ لأن مربع $(-5)$ هو 25 لأن:
$(-5)\times(-5)=25$.

3) العدد 36 هو مربع العدد الوحيد 6 **خاطئ**
العدد 36 هو مربع العددين 6 و $(-6)$.

4) إذا حجزنا على الآلة الحاسبة: $\sqrt{\ }$ 9 يظهر على الشاشة العدد 81 **خاطئ**
يظهر على الشاشة العدد 3 لأن: $\sqrt{9}=3$

5) $a$ و $b$ عددان: العدد $(ab)^2$ يساوي $a^2\times b^2$ **صحيح**.

6) $a$ و $b$ عددان حيث $b\neq0$ العدد $\left(\frac{a}{b}\right)^2$ يساوي $\frac{a^2}{b}$ **خاطئ**.
لأن العدد $\left(\frac{a}{b}\right)^2$ يساوي $\frac{a^2}{b^2}$.

7) $a$ و $b$ عددان. العدد $(a+b)(a+b)$ ينشر على الشكل $a^2+b^2$ **خاطئ**
ينشر على الشكل $a^2+2ab+b^2$.

8) $a$ و $b$ عددان. العدد $(a-b)(a-b)$ ينشر على الشكل $a^2-2ab+b^2$ **صحيح**

9) $a$ و $b$ عددان. العدد $(a+b)(a-b)$ ينشر على الشكل $a^2-b^2$ **صحيح**

10) $ABC$ مثلث حيث: $AB=4cm$ ، $AC=3cm$ و $BC=5cm$ إذن المثلث $ABC$ قائم في $A$ **صحيح**

لأن : $AB^2+AC^2=4^2+3^2=16+9=25=5^2=BC^2$ حسب الخاصية العكسية لفيثاغورث.

**حلول التمارين** | **صفحة 26 من الكتاب المدرسي**

## أوظف تعلماتي :

**1** أنقلْ وأتمِمْ الجمل التالية :

144 هو مربع العدد 12 أو $(-12)$.

13 هو الجذر التربيعي للعدد 169.

100 هو مربع العدد 10 أو $(-10)$.

2,5 هو الجذر التربيعي للعدد 6,25.

625 هو مربع العدد 25.

5 هو الجذر التربيعي للعدد 25.

**2** كتابة العبارة المناسبة مكان النقط :

0,64 هو مربع العدد 0,8.

8 هو الجذر التربيعي للعدد 64.

$\frac{1}{7}$ هو الجذر التربيعي للعدد $\frac{1}{49}$.

1 هو الجذر التربيعي للعدد $(-1)^2$.

0,01 هو الجذر التربيعي للعدد 0,0001.

0,3 هو الجذر التربيعي للعدد 0,09.

**3** كتابة الأعداد التالية كتابة عشرية :

$\sqrt{289}=17$ ، $\sqrt{81}=9$ ، $\sqrt{1,44}=1,2$ ، $\sqrt{0,04}=0,2$

$\sqrt{0,0001}=0,01$ ، $\sqrt{1,21}=1,1$ ، $\sqrt{6,25}=2,5$

**4** كتابة الأعداد التالية على شكل عدد طبيعي :

$\sqrt{0}=0$ ، $\sqrt{(-1)^2}=1$ ، $\sqrt{-(-49)}=\sqrt{49}=7$ ، $\sqrt{(-1)^6}=\sqrt{1}=1$

**5** كتابة الأعداد التالية على شكل قوة للعدد 10:

$\sqrt{10^{-6}}=\sqrt{(10^{-3})^2}=10^{-3}$ ، $\sqrt{10^2}=\sqrt{(10^1)^2}=10^1$

$\sqrt{10^{10}}=\sqrt{(10^5)^2}=10^5$ ، $\sqrt{10^4}=\sqrt{(10^2)^2}=10^2$

$\sqrt{10^{-20}}=\sqrt{(10^{-10})^2}=10^{-10}$ ، $\sqrt{10^6}=\sqrt{(10^3)^2}=10^3$

$\sqrt{10^{-100}}=\sqrt{(10^{-50})^2}=10^{-50}$

**6** حساب مربع كل عدد :

$(\sqrt{400})^2=400$ ، $(\sqrt{0,01})^2=0,01$ ، $(\sqrt{909})^2=909$ ،

$(\sqrt{14})^2=14$ ، $(\sqrt{2019})^2=2019$ ، $(\sqrt{25})^2=25$

**7** حساب مربع كل عدد :

$\left(\sqrt{\frac{100}{49}}\right)^2=\frac{100}{49}$ ، $\left(\sqrt{\frac{1}{9}}\right)^2=\frac{1}{9}$ ، $(-\sqrt{17})^2=17$ ، $\left(\sqrt{\frac{1}{25}}\right)^2=\frac{1}{25}$

**8** كتابة كل عدد بدون استعمال الرمز $\sqrt{\ }$:

$$\sqrt{(14,2)^2}=14,2$$

$$\sqrt{(-3,5)^2}=\sqrt{(3,5)^2}=3,5$$

$$\sqrt{\pi^2}=\pi$$

بما أن $3-\pi<0$ فإن: $\sqrt{(3-\pi)^2}=\sqrt{(\pi-3)^2}=\pi-3$

بما أن : $\pi-5<0$ فإن: $\sqrt{(\pi-5)^2}=\sqrt{(5-\pi)^2}=5-\pi$

بما أن : $\pi-2>0$ فإن : $\sqrt{(\pi-2)^2}=\pi-2$

## حساب قيم تقريبية :

**9** تعيين القيم المقربة إلى الجزء من 10 بالنقصان والقيمة المقربة إلى الجزء من 10 بالزيادة :

| القيمة المقربة إلى $\frac{1}{10}$ بالزيادة | القيمة المقربة إلى $\frac{1}{10}$ بالنقصان | العدد |
|---|---|---|
| 6,6 | 6,5 | $\sqrt{43}$ |
| 4,1 | 4,0 | $\sqrt{16,5}$ |
| 2,9 | 2,8 | $\sqrt{8}$ |
| 15,7 | 15,6 | $13+\sqrt{7}$ |
| 10,4 | 10,3 | $13-\sqrt{7}$ |
| 0,5 | 0,4 | $\frac{1}{\sqrt{5}}$ |
| 1,5 | 1,4 | $2\sqrt{3}-2$ |

**10** مساحة المربع هي $12cm^2$.

طول المربع هو $\sqrt{12}cm$

المدور إلى الجزء من 10 لطول ضلع هذا المربع هو: $3,5cm$.

## حل معادلات من الشكل $x^2=a$

**11**

أ) المعادلة $x^2=81$ تعني $x^2=9^2$ وبالتالي : $x=9$ أو $x=-9$.

ب) المعادلة $x^2=2,89$ تعني $x^2=(1,7)^2$ وبالتالي: $x=1,7$ أو $x=-1,7$.

ج) المعادلة $x^2=361$ تعني $x^2=(19)^2$ وبالتالي: $x=19$ أو $x=-19$.

د) المعادلة $x^2=0$ تعني $x^2=0^2$ وبالتالي: $x=0$.

هـ) المعادلة $x^2=-16$ بما أنه من أجل كل عدد $x$ : $x^2\geq 0$ و $-9<0$ إذن لا يوجد عدد يحقق $x^2=-16$ وعليه المعادلة لا تقبل حلول.

**12** حل المعادلات التالية :

المعادلة $x^2=2$ تعني $x^2=\left(\sqrt{2}\right)^2$ وبالتالي $x=\sqrt{2}$ أو $x=-\sqrt{2}$.

المعادلة $x^2=1$ تعني $x^2=(1)^2$ وبالتالي $x=1$ أو $x=-1$.

المعادلة $x^2=-1$ لا تقبل حلول لأن: $-1<0$ و $x^2\geq 0$.

المعادلة $x^2=(-1)^2$ وعليه المعادلة تقبل حلين هما $x=1$ أو $x=-1$.

المعادلة $x^2=\frac{1}{4}$ تعني $x^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2$ وبالتالي: $x=\frac{1}{2}$ أو $x=-\frac{1}{2}$.

المعادلة $x^2=\frac{48}{49}$ تعني $x^2=\left(\frac{\sqrt{48}}{7}\right)^2$ وبالتالي $x=\frac{\sqrt{48}}{7}$ أو $x=-\frac{\sqrt{48}}{7}$.

**13** حل المعادلات التالية :

- المعادلة $3-x^2=0$ تعني $x^2=3$ أي: $x^2=\left(\sqrt{3}\right)^2$

وعليه المعادلة تقبل حلين هما $\sqrt{3}$ أو $-\sqrt{3}$.

- المعادلة $3+x^2=0$ تعني $x^2=-3$ المعادلة لا تقبل حلول لأن: $-3<0$ و $x^2\geq 0$.

- المعادلة $1-9x^2=0$ تعني: $-9x^2=-1$ أي: $x^2=\frac{1}{9}$ تعني $x^2=\left(\frac{1}{3}\right)^2$

وبالتالي : $x=\frac{1}{3}$ أو $x=-\frac{1}{3}$.

**14** أ) نشر وتبسيط العبارة $A$ :

$$A=x(x-5)+5(x+2)+6$$
$$A=x^2-5x+5x+10+6$$
$$A=x^2+16$$

ب) تعيين قيم $x$ التي تكون من أجلها $A=0$ :

$A=0$ تعني: $x^2+16=0$ أي: $x^2=-16$

المعادلة لا تقبل حلول لأن $-16<0$ و $x^2\geq 0$.

2) أ) نشر وتبسيط العبارة $A$ :

$$A=(x-7)(x+4)+3x+21$$
$$A=x(x+4)-7(x+4)+3x+21$$
$$A=x^2+4x-7x-28+3x+21$$
$$A=x^2-7$$

ب) تعيين قيم $x$ حتى يكون $A=0$ :

$A=0$ تعني: $x^2-7=0$ تعني $x^2=7$

أي : $x^2=\left(\sqrt{7}\right)^2$ وعليه : $x=\sqrt{7}$ أو $x=-\sqrt{7}$ .

## استعمال المساواة $\sqrt{a\times b}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}$ :

**15** حساب ما يلي :

$$\sqrt{9\times 81}=\sqrt{9}\times\sqrt{81}=3\times 9=27$$
$$\sqrt{121\times 100}=\sqrt{121}\times\sqrt{100}=11\times 10=110$$
$$\sqrt{16\times 900}=\sqrt{16}\times\sqrt{900}=4\times 30=120$$
$$\sqrt{10^2\times 10^4}=\sqrt{10^2}\times\sqrt{10^4}=10\times 10^2=10^3=1000$$
$$\sqrt{\frac{1}{4}\times 10^6}=\sqrt{\frac{1}{4}}\times\sqrt{10^6}=\frac{1}{2}\times 10^3=\frac{1000}{2}=500$$
$$\sqrt{1,44\times 0,25}=\sqrt{1,44}\times\sqrt{0,25}=1,2\times 0,5=0,6$$

**16** حساب ما يلي :

$$\sqrt{0,01\times 64}=\sqrt{0,01}\times\sqrt{64}=0,1\times 8=0,8$$
$$\sqrt{0,81\times 0,0001}=\sqrt{0,81}\times\sqrt{0,0001}=0,9\times 0,01=0,009$$
$$\sqrt{2,56\times 0,16}=\sqrt{2,56}\times\sqrt{0,16}=1,6\times 0,4=0,64$$
$$\sqrt{5,76\times 0,0144}=\sqrt{5,76}\times\sqrt{0,0144}=2,4\times 0,12=0,288$$

## حلول التمارين — صفحة 27 من الكتاب المدرسي

**17** حساب ما يلي :

$$\sqrt{2}\times\sqrt{50}=\sqrt{2\times 50}=\sqrt{100}=10$$
$$\sqrt{32}\times\sqrt{2}=\sqrt{32\times 2}=\sqrt{64}=8$$
$$\sqrt{3}\times\sqrt{48}=\sqrt{3\times 48}=\sqrt{144}=12$$
$$\sqrt{125}\times\sqrt{5}=\sqrt{125\times 5}=\sqrt{625}=25$$
$$\sqrt{0,04\times 0,09}=\sqrt{0,04}\times\sqrt{0,09}=0,2\times 0,3=0,06$$

## استعمال المساواة : $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$

**18** كتابة كل عدد على الشكل $a\sqrt{b}$ مع $b$ أصغر ما يمكن:

$$\sqrt{8}=\sqrt{4\times2}=\sqrt{2^2\times2}=2\sqrt{2}$$
$$\sqrt{32}=\sqrt{16\times2}=\sqrt{4^2\times2}=4\sqrt{2}$$
$$\sqrt{75}=\sqrt{25\times3}=\sqrt{5^2\times3}=5\sqrt{3}$$
$$\sqrt{288}=\sqrt{144\times2}=\sqrt{12^2\times2}=12\sqrt{2}$$
$$\sqrt{300}=\sqrt{100\times3}=\sqrt{10^2\times3}=10\sqrt{3}$$
$$\sqrt{363}=\sqrt{121\times3}=\sqrt{11^2\times3}=11\sqrt{3}$$
$$\sqrt{6250}=\sqrt{625\times10}=\sqrt{25^2\times10}=25\sqrt{10}$$

**19** كتابة كل عدد على الشكل $\sqrt{n}$ :

$$4\sqrt{3}=\sqrt{16}\times\sqrt{3}=\sqrt{16\times3}=\sqrt{48}$$
$$2\sqrt{5}=\sqrt{4}\times\sqrt{5}=\sqrt{4\times5}=\sqrt{20}$$
$$7\sqrt{2}=\sqrt{49}\times\sqrt{2}=\sqrt{49\times2}=\sqrt{98}$$
$$5\sqrt{5}=\sqrt{25}\times\sqrt{5}=\sqrt{25\times5}=\sqrt{125}$$
$$2\sqrt{7}=\sqrt{4}\times\sqrt{7}=\sqrt{4\times7}=\sqrt{28}$$
$$3\sqrt{27}=\sqrt{9}\times\sqrt{27}=\sqrt{9\times27}=\sqrt{243}$$
$$4\sqrt{0,25}=\sqrt{16}\times\sqrt{0,25}=\sqrt{16\times0,25}=\sqrt{4}$$
$$0,9\sqrt{100}=\sqrt{0,81}\times\sqrt{100}=\sqrt{0,81\times100}=\sqrt{81}$$

## استعمال المساواة $\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

**20** كتابة كل عدد على شكل كسر :

$$\sqrt{\frac{49}{16}}=\frac{\sqrt{49}}{\sqrt{16}}=\frac{7}{4}$$
$$\sqrt{\frac{36}{81}}=\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{81}}=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$$
$$\sqrt{\frac{1}{324}}=\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{324}}=\frac{1}{18}$$
$$\sqrt{\frac{12100}{900}}=\frac{\sqrt{12100}}{\sqrt{900}}=\frac{110}{30}=\frac{11}{3}$$
$$\sqrt{\frac{1}{2500}}=\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{2500}}=\frac{1}{50}$$
$$\sqrt{\frac{4900}{32400}}=\frac{\sqrt{4900}}{\sqrt{32400}}=\frac{70}{180}=\frac{7}{180}$$

**21** تبسيط كل عدد وإعطاء النتيجة على شكل كسر :

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{18}}=\sqrt{\frac{2}{18}}=\sqrt{\frac{1}{9}}=\frac{1}{3}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{48}}=\sqrt{\frac{3}{48}}=\sqrt{\frac{1}{16}}=\frac{1}{4}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{32}}=\sqrt{\frac{2}{32}}=\sqrt{\frac{1}{16}}=\frac{1}{4}$$

$$\frac{\sqrt{400}}{\sqrt{900}}=\sqrt{\frac{400}{900}}=\sqrt{\frac{4}{9}}=\frac{2}{3}$$

$$\frac{\sqrt{6875}}{\sqrt{1100}}=\sqrt{\frac{6875}{1100}}=\sqrt{\frac{625}{100}}=\frac{25}{10}$$

$$\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{448}}=\sqrt{\frac{7}{448}}=\sqrt{\frac{1}{64}}=\frac{1}{8}$$

**22** كتابة كل عدد على شكل نسبة مقامها عدد ناطق :

$$\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{2\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{1\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{42}}=\sqrt{\frac{6}{42}}=\sqrt{\frac{1}{7}}=\frac{1}{\sqrt{7}}=\frac{1\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{7}}{7}$$

**23** كتابة كل عدد على شكل نسبة مقامها عدد ناطق :

$$\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\frac{\left(2+\sqrt{3}\right)\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}+3}{3}$$

$$\frac{\sqrt{5}-3}{\sqrt{5}}=\frac{\left(\sqrt{5}-3\right)\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{5-3\sqrt{5}}{5}$$

$$\frac{2\sqrt{5}-2}{3\sqrt{7}}=\frac{\left(2\sqrt{5}-2\right)\times\sqrt{7}}{3\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\frac{2\sqrt{35}-2\sqrt{7}}{21}$$

$$\frac{2\sqrt{3}-6}{\sqrt{6}}=\frac{(2\sqrt{3}-6)\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\frac{2\sqrt{18}-6\sqrt{6}}{6}$$
$$=\frac{2\sqrt{9\times2}-6\sqrt{6}}{6}=\frac{6\sqrt{2}-6\sqrt{6}}{6}$$
$$=\frac{\not{6}(\sqrt{2}-\sqrt{6})}{\not{6}}=\sqrt{2}-\sqrt{6}$$

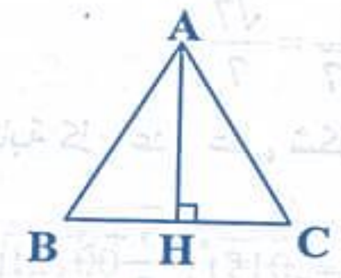
**24** تعيين العدد $a$ في كل حالة :

- $\sqrt{3}a=\frac{\sqrt{2}}{2}$ تعني أن: $a=\frac{\sqrt{2}}{2}\div\sqrt{3}$ أي: $a=\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}$ أي: $a=\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{6}$
- $\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{2}}{a}$ تعني أن: $a=\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{5}}{1}$ أي: $a=\sqrt{10}$
- $\frac{a}{\sqrt{11}}=2-\sqrt{11}$ تعني أن: $a=\sqrt{11}(2-\sqrt{11})$ أي: $a=2\sqrt{11}-11$
- $\frac{\sqrt{8}}{a}=\frac{-3\sqrt{15}}{\sqrt{3}}$ تعني أن: $a=\frac{\sqrt{8}\times\sqrt{3}}{-3\sqrt{15}}$ أي: $a=\frac{\sqrt{8}\times\not{\sqrt{3}}}{-3\sqrt{5}\times\not{\sqrt{3}}}$

أي: $a=\frac{\sqrt{8}\times\sqrt{5}}{-3\sqrt{5}\times\sqrt{5}}$

$a=-\frac{\sqrt{40}}{15}$ أي: $a=-\frac{2\sqrt{10}}{15}$

## تمارين عامة :




**25** تعيين القيمة المقربة إلى الجزء من 10

بالزيادة لمساحة المثلث $ABC$:

أولا : حساب طول الارتفاع $AH$:

بتطبيق خاصية فيثاغورث لدينا: $AH^2+BH^2=AB^2$ وعليه: $AH^2+(1)^2=4$

أي: $AH^2=3$ وبالتالي $AH=\sqrt{3}$ وعليه: $S_{ABC}=\frac{BC\times AH}{2}=\frac{2\times\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$

وبالتالي القيمة المقربة إلى $\frac{1}{10}$ بالزيادة لمساحة المثلث هي $1,8cm^2$.

**26**

1) كتابة الأعداد على الشكل $a\sqrt{3}$ حيث $a$ عدد طبيعي :

$\sqrt{12}=\sqrt{4\times3}=\sqrt{2^2\times3}=2\sqrt{3}$

$\sqrt{75}=\sqrt{25\times3}=\sqrt{5^2\times3}=5\sqrt{3}$

$\sqrt{147}=\sqrt{49\times3}=\sqrt{7^2\times3}=7\sqrt{3}$

2) استنتاج كتابة مبسطة للعبارة $A$ :

$A=2\sqrt{12}-4\sqrt{3}+\sqrt{75}-\sqrt{147}$

$A=2\times2\sqrt{3}-4\sqrt{3}+5\sqrt{3}-7\sqrt{3}$

$A=(4-4+5-7)\sqrt{3}$

$A=-2\sqrt{3}$

**27**

كتابة كلا من $A$ و $B$ على الشكل $a\sqrt{b}$:

$B=5\sqrt{24}+\sqrt{54}-3\sqrt{216}+2\sqrt{6}$

$B=5\sqrt{4\times6}+\sqrt{9\times6}-3\sqrt{36\times6}+2\sqrt{6}$

$B=5\times2\sqrt{6}+3\sqrt{6}-3\times6\sqrt{6}+2\sqrt{6}$

$B=(10+3-18+2)\sqrt{6}$

$B=-3\sqrt{6}$

$A=\sqrt{20}-3\sqrt{125}+4\sqrt{45}$

$A=\sqrt{4\times5}-3\sqrt{25\times5}+4\sqrt{9\times5}$

$A=\sqrt{2^2\times5}-3\sqrt{5^2\times5}+4\sqrt{3^2\times5}$

$A=2\sqrt{5}-3\times5\sqrt{5}+4\times3\sqrt{5}$

$A=(2-15+12)\sqrt{5}$

$A=-\sqrt{5}$

**28** نشر وتبسيط العبارات :

أ) $\sqrt{3}(\sqrt{3}+2)=\sqrt{3}\times\sqrt{3}+\sqrt{3}\times2=3+2\sqrt{3}$

ب) $(5+\sqrt{7})(\sqrt{7}-4)=5(\sqrt{7}-4)+\sqrt{7}(\sqrt{7}-4)$

$=5\sqrt{7}-20+7-4\sqrt{7}$

$=(5-4)\sqrt{7}-20+7$

$=\sqrt{7}-13$

$(2\sqrt{3}-\sqrt{5})(\sqrt{5}+\sqrt{3})=2\sqrt{3}(\sqrt{5}+\sqrt{3})-\sqrt{5}(\sqrt{5}+\sqrt{3})$

$=2\sqrt{3}\times\sqrt{5}+2\sqrt{3}\times\sqrt{3}-(\sqrt{5}\times\sqrt{5}+\sqrt{5}\times\sqrt{3})$

$=2\sqrt{15}+2\times3-(5+\sqrt{15})$

$=2\sqrt{15}+6-5-\sqrt{15}$

$=1+\sqrt{15}$

**29** نشر وتبسيط ما يلي :

أ) $$\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)^2=\left(\sqrt{5}\right)^2+\left(\sqrt{3}\right)^2+2.\sqrt{5}.\sqrt{3}$$
$$=5+3+2\sqrt{15}$$
$$=8+2\sqrt{15}$$

ب) $$\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)^2=\left(\sqrt{7}\right)^2+\left(\sqrt{3}\right)^2+2\times\sqrt{7}\times\sqrt{3}$$
$$=7+3+2\sqrt{21}$$
$$=10+2\sqrt{21}$$

ج) $$\left(\sqrt{25}-4\right)\left(\sqrt{25}+4\right)=\left(\sqrt{25}\right)^2-(4)^2$$
$$=25-16$$
$$=9$$

د)
$$\left(2\sqrt{3}+3\sqrt{2}\right)^2-5\left(6+\sqrt{6}\right)=\left(2\sqrt{3}\right)^2+\left(3\sqrt{2}\right)^2+2\left(2\sqrt{3}\right)\left(3\sqrt{2}\right)-\left(30+5\sqrt{6}\right)$$
$$=4\times3+9\times2+12\sqrt{3\times2}-30-5\sqrt{6}$$
$$=12+18-30+12\sqrt{6}-5\sqrt{6}$$
$$=7\sqrt{6}$$

**30** 1) حساب ما يلي :

$$A+B=7+\sqrt{32}+7-4\sqrt{2}$$
$$=14+\sqrt{16\times2}-4\sqrt{2}=14+4\sqrt{2}-4\sqrt{2}=14$$
$$A-B=7+\sqrt{32}-\left(7-4\sqrt{2}\right)$$
$$=7+4\sqrt{2}-7+4\sqrt{2}$$
$$=8\sqrt{2}$$
$$A\times B=\left(7+\sqrt{32}\right)\left(7-4\sqrt{2}\right)$$
$$A\times B=\left(7+4\sqrt{2}\right)\left(7-4\sqrt{2}\right)$$
$$A\times B=(7)^2-\left(4\sqrt{2}\right)^2$$
$$A\times B=49-16\times2$$
$$A\times B=49-32$$
$$A\times B=17$$

تعني $x^2=7$ أي $x^2=\left(\sqrt{7}\right)^2$ ومنه $x=\sqrt{7}$ أو $x=-\sqrt{7}$.

11) المعادلة $-x^2-16=0$ لا تقبل أي حل لأن: $-x^2-16=0$ تعني: $x^2=-16$ و $-16<0$ و $x^2\geq 0$.

## أدمج تعلماتي :

بفرض طول الزربية هو $L$ وعرضها $\ell$ وبما أن طولها هو ضعف عرضها فإن $L=2l$ وبما أن مساحة الزربية $24m^2$ فإن: $2\ell\times\ell=24$ أي: $2\ell^2=24$

وبالتالي $\ell^2=12$ أي: $\ell^2=\left(\sqrt{12}\right)^2$ ومنه $\ell=\sqrt{12}$ لأن العرض موجب و $L=2\sqrt{12}$.

إذن: طول الزربية هو $693cm$.

عرض الزربية هو $346cm$ بالتدوير إلى $cm$.

| حلول التمارين | صفحة 29 من الكتاب المدرسي |
|---|---|

## أتعمق

**31** 1) استعمال حاسبة الحساب $x-y$:

$$x-y=\sqrt{2}-1,414213562373095$$

$$x-y=3,73095\times10^{-10}$$

$x\neq y$ لأن القيمة $x$ هي قيمة مقربة لـ $\sqrt{2}$ بالنقصان إلى $\frac{1}{10^{15}}$

(2

$$a=\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\approx 0,317837245$$

$$b=\sqrt{3}-\sqrt{2}\approx 0,317837245$$

نعم $a=b$ لأن :

$$a=\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\frac{1\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)}=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\left(\sqrt{3}\right)^2-\left(\sqrt{2}\right)^2}$$

$$a=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-2}=\sqrt{3}-\sqrt{2}=b$$

**32** 1) طبيعة المثلث $BCF$ قائم في $B$ ومتساوي الساقين لأن $BF = BC$

المثلث $EFC$ مثلث قائم في $F$.

2) حساب الطولين $CF$ و $CE$:

بتطبيق خاصية فيثاغورث في المثلث $BCF$ القائم في $B$ نجد :

$$CF^2 = BC^2 + BF^2 = (5)^2 + (5)^2 = 50$$

$$CF = \sqrt{50} = \sqrt{5^2 \times 2} = 5\sqrt{2}$$

من جهة أخرى وبتطبيق خاصية فيثاغورث في المثلث $EFC$ القائم في $F$

$$EC^2 = EF^2 + FC^2 = (5)^2 + \left(\sqrt{50}\right)^2 = 25 + 50 = 75$$

وعليه : $EC = \sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3} = 5\sqrt{3}$

**33** حساب القيمة المضبوطة للطول $ED$:

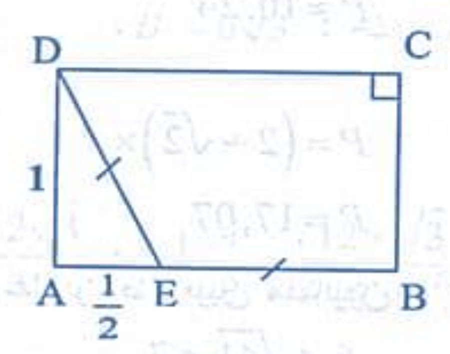
بتطبيق خاصية فيثاغورث لدينا :

$$ED^2 = AE^2 + AD^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + (1)^2$$

$$ED^2 = \frac{1}{4} + 1 = \frac{5}{4}$$

وعليه : $ED = \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

2) إنشاء النقطتين $B$ و $C$:




3) التحقق أن $AB = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$:

لدينا : $AB = AE + EB = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

4) إعطاء ملخص لطريقة إنشاء العدد الذهبي باستعمال المسطرة والمدور:

جمعها لكم الاستاذ ساكت شكري

– رسم مثلث $ABC$ قائم في $A$ حيث: $AB=\frac{1}{2}$ و $AC=1$ .

– رسم دائرة مركزها $B$ ونصف قطرها $BC$ تقطع نصف المستقيم $[AB)$ في

النقطة $E$ حيث: $AE=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ .

**34** 1) حساب الطول $BC$ بدلالة $x$:

بتطبيق خاصية فيثاغورث على المثلث $ABC$ القائم في $A$ نجد :

$BC^2=AB^2+AC^2$ أي: $BC^2=x^2+x^2$ وعليه : $BC^2=2x^2$

وبالتالي $BC=\sqrt{2x^2}=\sqrt{2}x$

2) التعبير عن محيط المثلث $ABC$ بدلالة $x$:

$$P=AB+AC+BC$$

$$P=x+x+\sqrt{2}x$$

$$P=\left(1+1+\sqrt{2}\right)x$$

$$P=\left(2+\sqrt{2}\right)x$$

3) حساب المدور إلى $\frac{1}{100}$ لـ $P$ في كل حالة :

الحالة الأولى: $x=3cm$:

$$P=\left(2+\sqrt{2}\right)\times 3$$

$$P\approx 10,24$$

الحالة الثانية: $x=5cm$

$$P=\left(2+\sqrt{2}\right)\times 5$$

$$P\approx 17,07$$

**35** 1) حصر العددين بين عددين طبيعيين متتاليين :

$$6<\sqrt{41}<7$$

$$10<\sqrt{113}<11$$

2) استعمال الحاسبة لإعطاء المدوّر إلى $\frac{1}{100}$ لكل عدد مما يلي :

$\sqrt{7}+3\approx 5,65$ ، $\sqrt{7}+\sqrt{11}\approx 5,96$ ، $\frac{15}{3+\sqrt{2}}\approx 3,40$ ، $\sqrt{54}\approx 7,35$

36 1) كتابة كلا من العددين $x^2$ و $y^2$ على الشكل $a+b\sqrt{3}$ :

$$x^2=\left(\sqrt{3+\sqrt{27}}\right)^2=3+\sqrt{27}=3+\sqrt{9\times 3}$$
$$x^2=3+3\sqrt{3}$$
$$y^2=\left(\sqrt{-3+\sqrt{12}}\right)^2=\sqrt{12}-3=\sqrt{4\times 3}-3$$
$$y^2=2\sqrt{3}-3$$

ب) كتابة العدد $z^2$ على شكل $a\sqrt{3}$ :

$$z^2=\left(\sqrt{\sqrt{75}}\right)^2=\sqrt{75}=\sqrt{25\times 3}=5\sqrt{3}$$

2) إثبات أن المثلث قائم :

لدينا : $x^2+y^2=3+3\sqrt{3}+2\sqrt{3}-3=5\sqrt{3}=z^2$

حسب الخاصية العكسية لفيثاغورث المثلث قائم.

37 1) نبين أن $A$ عدد طبيعي :

لدينا : $A=3\sqrt{8}\times\sqrt{2}$ ومنه : $A=3\sqrt{8\times 2}$ أي: $A=3\sqrt{16}$

وعليه : $A=3\times 4$ وبالتالي $A=12$ وهو عدد طبيعي.

2) كتابة العدد $B$ على شكل $a\sqrt{3}$ حيث $a$ عدد طبيعي :

لدينا: $B=2\sqrt{27}-2\sqrt{3}+\sqrt{12}$ ومنه : $B=2\sqrt{9\times 3}-2\sqrt{3}+\sqrt{4\times 3}$

أي: $B=6\sqrt{3}-2\sqrt{3}+2\sqrt{3}$ ومنه : $B=6\sqrt{3}$.

3) نبين أن : $\frac{A}{B}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

لدينا: $\frac{A}{B}=\frac{12}{6\sqrt{3}}$ ومنه : $\frac{A}{B}=\frac{12\times\sqrt{3}}{6\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$ أي : $\frac{A}{B}=\frac{12\sqrt{3}}{18}$

أي: $\frac{A}{B}=\frac{\not{6}\times 2\sqrt{3}}{\not{6}\times 3}$

ومنه : $\frac{A}{B}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

**38**

1) حساب $A$ ثم كتابته على الشكل العشري:

$$A=\frac{3}{5}+\frac{2}{5}\times\frac{7}{4}=\frac{3}{5}+\frac{2\times7}{5\times4}=\frac{3}{5}+\frac{14}{20}=\frac{3\times4}{5\times4}+\frac{14}{20}$$

$$A=\frac{12}{20}+\frac{14}{20}=\frac{26}{20}=\frac{26\div2}{20\div2}=\frac{13}{10}$$

الشكل العشري للعدد $A$ : $A=1,3$.

2) إعطاء الكتابة العلمية للعدد $B$:

$$B=\frac{1,2\times10^{-2}\times7}{12,5\times10^{3}}=\frac{1,2\times7}{12,5}\times10^{-2}\times10^{-3}$$

$$B=0,672\times10^{-2-3}=6,72\times10^{-1}\times10^{-5}$$

$$B=6,72\times10^{-6}$$

3) كتابة $C$ على أبسط شكل ممكن:

لدينا: $\sqrt{175}=\sqrt{25\times7}=\sqrt{5^2\times7}=5\sqrt{7}$

$\sqrt{112}=\sqrt{16\times7}=\sqrt{4^2\times7}=4\sqrt{7}$

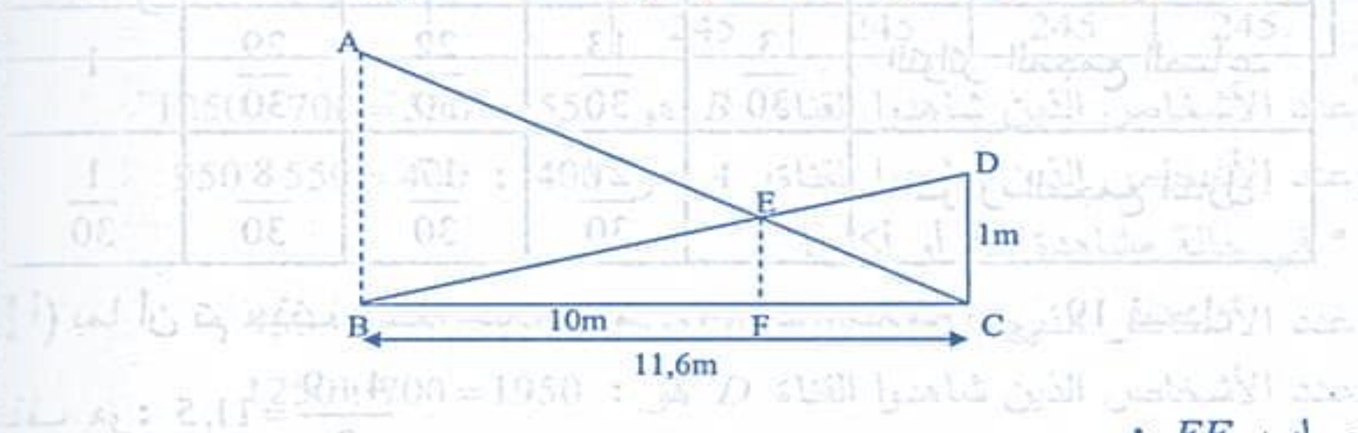
$$C=\sqrt{175}-\sqrt{112}+6\sqrt{7}=5\sqrt{7}-4\sqrt{7}+6\sqrt{7}$$

$$C=(5-4+6)\sqrt{7}=7\sqrt{7}$$

# 9- خاصية طالس

**تحد:** صفحة 103 من الكتاب المدرسي

الطريقة المقترحة هي تناسب الارتفاعات مع الظل (تناسب الأطوال) مع استعمال خاصية طالس تلخص معطيات الوضعية في الشكل التالي :




حساب $EF$ :

$BCD$ مثلث $E\in(BD)$ و $F\in(BC)$ و $(DC)//(EF)$ (عموديان على نفس المستقيم) ومنه بتطبيق خاصية طالس لدينا $\frac{BE}{BD}=\frac{BF}{BC}=\frac{EF}{DC}$

ومنه : $\frac{BF}{BC}=\frac{EF}{DC}$ أي : $EF=\frac{DC\times BF}{BC}$

$$EF=\frac{1\times10}{11,6}=\frac{100}{116}=\frac{25}{29}$$

حساب $AB$ :

$ABC$ مثلث فيه $E\in[AC]$ و $F\in(BC)$ و $(AB)//(EF)$ (عموديان على نفس المستقيم) ومنه بتطبيق خاصية طالس لدينا : $\frac{CE}{CA}=\frac{CF}{CB}=\frac{EF}{AB}$

ومنه: $\frac{CF}{CB}=\frac{EF}{AB}$.

$CF=BC-BF$ ومنه: $CF=1,6m$

إذن :

$$AB=\frac{EF\times CB}{CF}=\frac{\frac{25}{29}\times11,6}{1,6}=\frac{10}{1,6}$$

ومنه: $AB=6,25m$ .

ارتفاع المأذنة هو : $6,25m$.

## أستعد

أصحيح أم خاطئ مع التبرير :

1) من المساواة $\frac{1,5}{x}=\frac{3}{4}$ ينتج أن : $x=2$ . **صحيح**

لأن : $x=\frac{4\times1,5}{3}=2$

2) $ABC$ مثلث، $I$ منتصف $[AB]$ و $J$ منتصف $[AC]$

ينتج أن $(IJ)//(BC)$. **صحيح**

لأنها خاصية مستقيم المنتصفين.

3) $ABC$ مثلث.

$I$ منتصف $AB$ ، $J$ منتصف $[AC]$ ينتج $IJ=\frac{1}{2}BC$ . **صحيح**

حسب خاصية مستقيم المنتصفين.

4) $ABC$ مثلث حيث : $(AB)//(DE)$ إذن : $BE=4$ . **صحيح**

لأن: $\frac{CE}{CB}=\frac{CD}{CA}$ وعليه: $\frac{8}{x}=\frac{6}{9}$ أي: $x=12$

وبالتالي: $BE=BC-EC=12-8$ أي: $BE=4$

5) في الشكل المقابل حيث $(CE)//(DF)$، ينتج: أطوال المثلث $ACE$

متناسبة مع أطوال المثلث $ADE$ **خاطئ**

لأن أطوال المثلث $ACE$ متناسبة مع أطوال المثلث $ADF$.

**حلول التمارين** | **صفحة 110 من الكتاب المدرسي**

## أوظف تعلماتي

### خاصية طالس

1) أطوال المثلث $OAB$ متناسبة مع أطوال المثلث $OEF$.

2) استنتاج النسب المتساوية :

$$\frac{OE}{OA}=\frac{OF}{OB}=\frac{EF}{AB}$$

**22** حساب الطول $BC$ :

بما أن $(EF)$ يوازي $(BC)$

فإن المثلثان $ABC$ و $AEF$ في وضعية طالس وبالتالي : $\frac{AB}{AE}=\frac{AC}{AF}=\frac{BC}{EF}$

نحتفظ بالمساواة $\frac{AC}{AF}=\frac{BC}{EF}$ أي : $\frac{4,5}{9}=\frac{BC}{10}$

ومنه : $BC=\frac{10\times4,5}{9}=5$.

**23** التبرير أنه يمكن تطبيق خاصية طالس ثم كتابة النسب الثلاثة المتساوية في كل حالة:

**الحالة الأولى :** $(AD)//(EB)$

المستقيمان $(AB)$ و $(ED)$ متقاطعان في النقطة $C$ وبما أن $(AD)//(EB)$

فإن : $\frac{AD}{EB}=\frac{CD}{CE}=\frac{CA}{CB}$

**الحالة الثانية:** المستقيمان $(FH)$ و $(JG)$ متقاطعان في النقطة $I$ وبما أن $(HJ)//(FG)$ لأنهما عموديان على نفس المستقيم $(FH)$ فإنه حسب خاصية طالس : $\frac{JH}{FG}=\frac{IH}{IF}=\frac{IJ}{IG}$

**الحالة الثالثة:**

الزاويتان $S\widehat{M}K$ و $K'\widehat{L}K$ متقايسان وهما متماثلتان بالنسبة إلى المستقيمين $(SM)$ و $(LK')$ والقاطع لهما $(KM)$ وبالتالي : $(LK')//(SM)$

وبما أن المستقيمان $(ML)$ و $(SK')$ متقاطعان في $K$ فإنه حسب خاصية طالس:

$\frac{K'L}{MS}=\frac{KL}{KM}=\frac{KK'}{KS}$

**الحالة الرابعة :** $P\widehat{N}O=180°-(40°+35°)$ أي : $P\widehat{N}O=105°$

وبالتالي $P\widehat{N}O=O\widehat{R}Q$ وهما متبادلتان داخليا بالنسبة إلى المستقيمين $(NP)$ و $(RQ)$ والقاطع لهما $(NR)$ وبالتالي فإن : $(QR)//(NP)$

من جهة أخرى المستقيمان $(QP)$ و $(NR)$ متقاطعان في النقطة $O$ حسب

خاصية طالس : $\frac{PN}{RQ}=\frac{OP}{OQ}=\frac{ON}{OR}$.

**4** 1) حساب القيمتين المضبوطتين لكل من $OD$ و $CD$ :

بما أن $(AC)$ و $(BD)$ يتقاطعان في النقطة $O$ والمستقيمين $(AB)$ و $(CD)$ متوازيان.

حسب خاصية طالس : $\frac{AB}{CD}=\frac{OB}{OD}=\frac{OA}{OC}$ بالتعويض: $\frac{4}{CD}=\frac{2}{OD}=\frac{3}{5}$

وعليه : $OD=\frac{2\times5}{3}=\frac{10}{3}$ و $CD=\frac{5\times4}{3}=\frac{20}{3}$

2) إعطاء المدور إلى الجزء من 10 لكل من $OD$ و $CD$ :

المدور إلى الجزء من 10 لـ $OD$ هو : 3,3.

المدور إلى الجزء من 10 لـ $CD$ هو : 6,7.

**5** 1. حساب كلاً من الطولين $OF$ و $GH$ :

المستقيمان $GF$ و $EH$ متقاطعان في $O$.

المستقيمان $(EF)$ و $(GH)$ متوازيان، حسب خاصية طالس

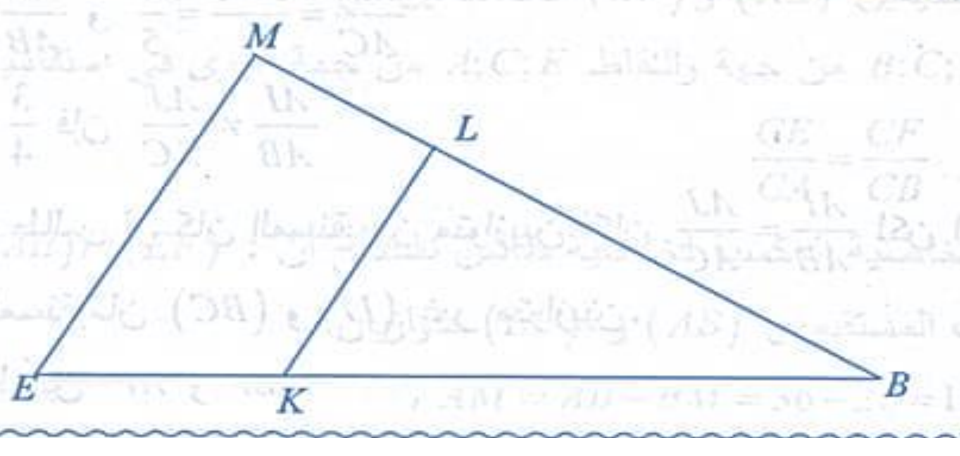
$\frac{HG}{EF}=\frac{OG}{OF}=\frac{OH}{OE}$ بالتعويض : $\frac{HG}{2}=\frac{4}{OF}=\frac{3,9}{1,3}$

وعليه : $OF=\frac{4\times1,3}{3,9}=\frac{4}{3}$ ، $HG=\frac{2\times3,9}{1,3}=6$

ب) المثلث $OGH$ يمثل تكبيرا للمثلث $OEF$ بمعامل التكبير هو 3 لأن:

$\frac{OH}{OE}=\frac{3,9}{1,3}=3$

**6** 1- إنجاز شكلا مناسبا :



2- حساب محيط المثلث $BKL$ :

حساب الأطوال $BK$ ، $BL$ ، $LK$ :

لدينا : $BK = BE - EK = 12 - 4 = 8$

المستقيمان $(EK)$ و $(ML)$ متقاطعان في النقطة $B$.

المستقيمان $(KL)$ و $(EM)$ متوازيان حسب خاصية طالس: $\frac{BL}{BM} = \frac{BK}{BE} = \frac{KL}{EM}$

بالتعويض: $\frac{BL}{9} = \frac{8}{12} = \frac{KL}{6}$ وبالتالي: $BL = \frac{9 \times 8}{12} = \frac{72}{12} = 6$

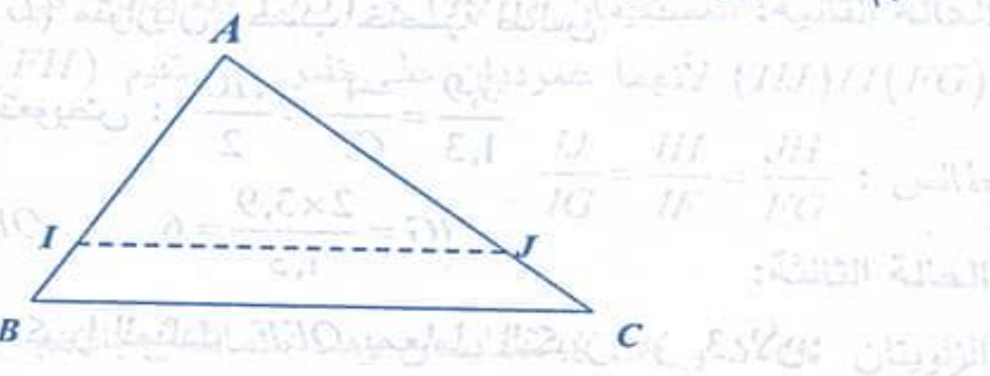
و : $KL = \frac{6 \times 8}{12} = \frac{48}{12} = 4$

ومنه : $P_{BKL} = BK + KL + BL = 8 + 4 + 6 = 18$

إذن محيط المثلث $BKL$ هو $18cm$.

**7** 1) أ. رسم المثلث $ABC$ حيث : $AB = 4cm$ ، $AC = 5cm$ ، $BC = 6cm$

ب. تعليم النقطتين $I$ و $J$ حيث : $I \in [AB]$ ، $J \in [AC]$ و $BI = CJ = 1cm$




2) معرفة هل المستقيمين $(IJ)$ و $(BC)$ متوازيان:

النقاط $A, J, C$ والنقاط $A, I, B$ في استقامية وبنفس الترتيب :

$\frac{AI}{AB} = \frac{4-1}{4} = \frac{3}{4}$ و $\frac{AJ}{AC} = \frac{5-1}{5} = \frac{4}{5}$

بما أن : $\frac{4}{5} \neq \frac{3}{4}$ فإن $\frac{AJ}{AC} \neq \frac{AI}{AB}$

حسب خاصية طالس لو كان المستقيمين متوازيين لكان $\frac{AJ}{AC} = \frac{AI}{AB}$ لكن المساواة خاطئة، إذن المستقيمان $(BC)$ و $(IJ)$ غير متوازيين.

**8** حساب الطولين $AP$ و $LP$ :

المستقيمان $(MN)$ و $(LP)$ متقاطعان في $A$

المستقيمان $(ML)$ و $(NP)$ متوازيان.

حسب خاصية طالس: $\frac{ML}{NP}=\frac{AL}{AP}=\frac{AM}{AN}$ بالتعويض نجد: $\frac{6}{AP}=\frac{9}{15}$

أي : $AP=\frac{6\times15}{9}=10$ وعليه : $LP=AP-AL=10-6=4$

إذن : $AL=10$ و $LP=4$

**9** حساب الطول $AF$ :

المستقيمان $(BF)$ و $(AD)$ متقاطعان في $E$

المستقيمان $(BD)$ و $(AF)$ متوازيان.

حسب خاصية طالس: $\frac{AF}{BD}=\frac{EF}{EB}=\frac{EA}{ED}$

بالتعويض نجد : $\frac{AF}{4,5}=\frac{3,3}{2}$ أي : $AF=\frac{3,3\times4,5}{2}$

وعليه : $AF=7,425cm$ .



## الخاصية العكسية لخاصية طالس

**10** معرفة هل المستقيمين $(AB)$ و $(EF)$ متوازيان :

لدينا : $\frac{CE}{CA}=\frac{3}{2}=1,5$ و $\frac{CF}{CB}=\frac{6}{4}=1,5$

وعليه : $\frac{CF}{CB}=\frac{CE}{CA}$

على المستقيمين $(AE)$ و $(BF)$ المتقاطعين في النقطة $C$.

النقاط $B;C;F$ من جهة والنقاط $A;C;E$ من جهة أخرى في استقامية وبنفس

الترتيب و $\frac{CF}{CB}=\frac{CE}{CA}$

فحسب الخاصية العكسية لخاصية طالس نستنتج أن : $(AB)//(EF)$

**11** إثبات المستقيمين $(AB)$ و $(EF)$ متوازيان :

لدينا : $AM=AB-BM=36-20=16$

وأيضا : $\frac{AM}{AB}=\frac{16}{36}=\frac{4}{9}$ و $\frac{AN}{AC}=\frac{20}{45}=\frac{4}{9}$

وعليه : $\frac{AN}{AC}=\frac{AM}{AB}$

والنقاط $A;M;B$ في استقامية ومن جهة أخرى $A;N;C$ في استقامية وبنفس الترتيب و فحسب الخاصية العكسية لخاصية طالس نستنتج أن: $(BC)//(MN)$.

**12** معرفة هل المستقيمين $(BC)$ و $(AD)$ متوازيان :

لدينا : $\frac{ED}{EB}=\frac{3,2}{4,8}=\frac{32}{48}=\frac{2}{3}$ و $\frac{EA}{EC}=\frac{1,2}{1,8}=\frac{12}{18}=\frac{2}{3}$

وعليه : $\frac{ED}{EB}=\frac{EA}{EC}$

النقاط $A;E;C$ من جهة والنقاط $B;E;D$ من جهة أخرى في استقامية وبنفس الترتيب و $\frac{CE}{CA}=\frac{CF}{CB}$

فحسب الخاصية العكسية لخاصية طالس نستنتج أن : $(AD)//(BC)$

**13** معرفة هل المستقيمين $(EF)$ و $(BD)$ متوازيان :

لدينا : $AE=AB-BE=8-2,4=5,6$

و $\frac{AE}{AB}=\frac{5,6}{8}=0,7$ و $\frac{AF}{AD}=\frac{1,2}{6}=0,2$

إذن : $\frac{AE}{AB}\neq\frac{AF}{AD}$

لو كان المستقيمان $(EF)$ و $(BD)$ متوازيان لكان $\frac{AE}{AB}=\frac{AF}{AD}$ حسب خاصية طالس لكن المساواة خاطئة وبالتالي المستقيمين $(EF)$ و $(BD)$ غير متوازيان.

**14** معرفة هل المستقيمين $(AB)$ و $(DC)$ متوازيان :

أولا : حساب الطولين $OA$ و $OD$ :

بتطبيق خاصية فيثاغورث في المثلث $OAB$ لدينا : $AB^2=AO^2+OB^2$

وعليه : $OA^2=AB^2-OB^2=(2,5)^2-(1,5)^2$

وعليه : $OA^2=6,25-2,25=4$

وبالتالي : $OA=2$ من جهة أخرى وبتطبيق خاصية فيثاغورث في المثلث $ODC$

نجد : $DC^2 = OC^2 + OD^2$ إذن : $OD = 3$

لدينا : $\frac{OB}{OD} = \frac{1,5}{3} = 0,5$ ، $\frac{OA}{OC} = \frac{2}{4} = 0,5$ إذن : $\frac{OB}{OD} = \frac{OA}{OC}$

النقاط $A;M;B$ استقامية من جهة والنقاط $A;N;D$ من جهة أخرى في استقامية وبنفس الترتيب فحسب الخاصية العكسية لخاصية طالس نستنتج أن: $(MN)//(BD)$

**15** إثبات أن المستقيمين $(MN)$ و $(BD)$ متوازيان :

لدينا: $\frac{AN}{AD} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$ و $\frac{AM}{AB} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$ إذن : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD}$ والنقاط $D ; N; A$ استقامية والنقاط $B ; M ; A$ استقامية وبنفس الترتيب، حسب الخاصية العكسية لخاصية طالس المستقيمين $(MN)$ و $(BD)$ متوازيين.

## وضع نقط على مستقيم

**16** إجابة إيناس أصوب من إجابة يونس لأنه لإثبات أن $\frac{OM}{OA} = \frac{ON}{OP}$

يكفي إثبات أن : $9 \times 3 = 5,4 \times 5 = 27$.

**17** إنشاء دون استعمال مسطرة مدرّجة النقطة $M$ من $[AB]$ حيث $\frac{AM}{AB} = \frac{3}{7}$:

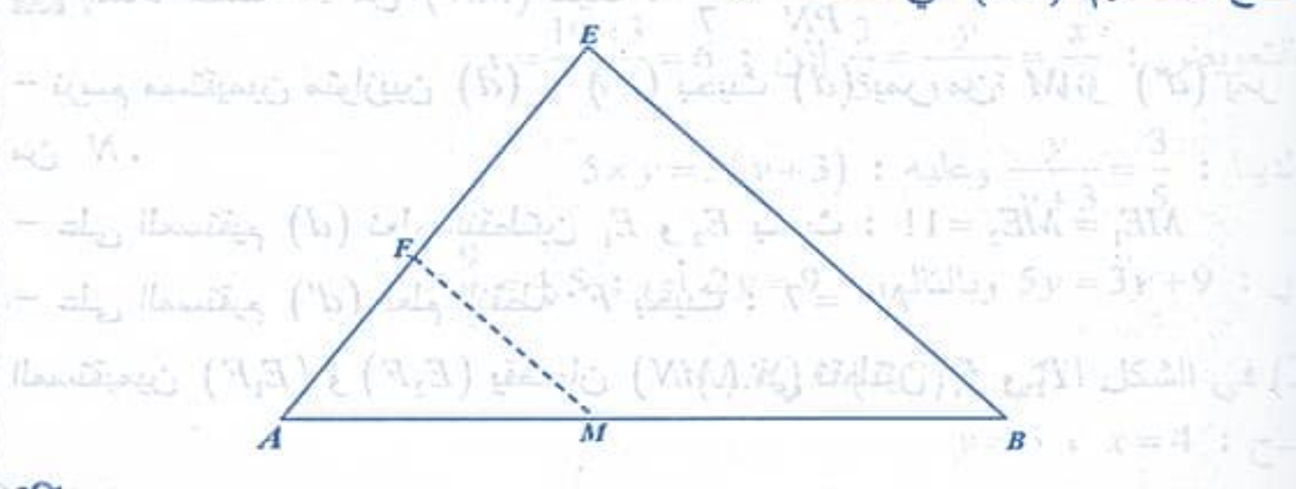
* نرسم القطعة $[AB]$ :

تنشئ نصف مستقيم مبدأه $A$ وحامله يختلف عن المستقيم $(AB)$

– على نصف مستقيم هذا نمثل نقطتين $E$ و $F$ حيث : $AE = 7a$ و $AF = 3a$

– نرسم المستقيم $(EB)$ ثم المستقيم الموازي له ويشمل $F$

يقطع المستقيم $(AB)$ في النقطة $M$ :



المثلثان $AFM$ و $AEB$ في وضعية طالس إذن : $\frac{AM}{AB}=\frac{AF}{AE}=\frac{3a}{7a}=\frac{3}{7}$

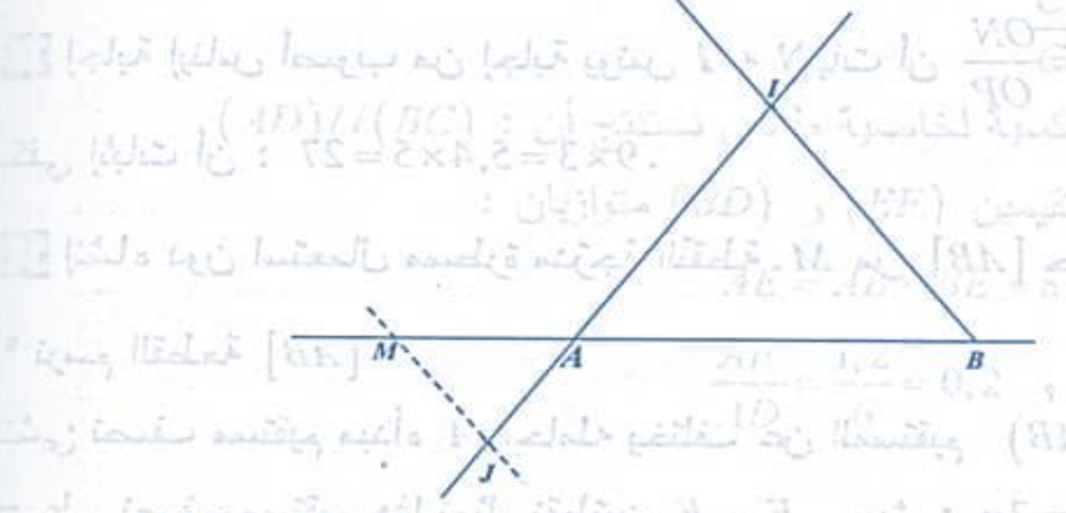
**18** إنشاء دون استعمال مسطرة مدرجة النقطة $M$ من $(AB)$ ولا تنتمي إلى $[AB]$ حيث : $\frac{AM}{AB}=\frac{4}{9}$

* نرسم المستقيم $(AB)$.

* ننشئ مستقيم يشمل $A$ وحامله يختلف عن المستقيم $(AB)$.

– على هذا المستقيم تعيين نقطتين $I$ و $J$ في جهتين مختلفتين عن $A$ حيث $AI=9a$ ، $AJ=4a$.

– نرسم المستقيم $(IB)$ ثم المستقيم الموازي له ويشمل النقطة $J$ فيقطع $(AB)$ في النقطة $M$.




المثلثان $AMJ$ و $ABI$ في وضعية طالس إذن : $\frac{AM}{AB}=\frac{AJ}{AI}=\frac{4a}{9a}=\frac{4}{9}$

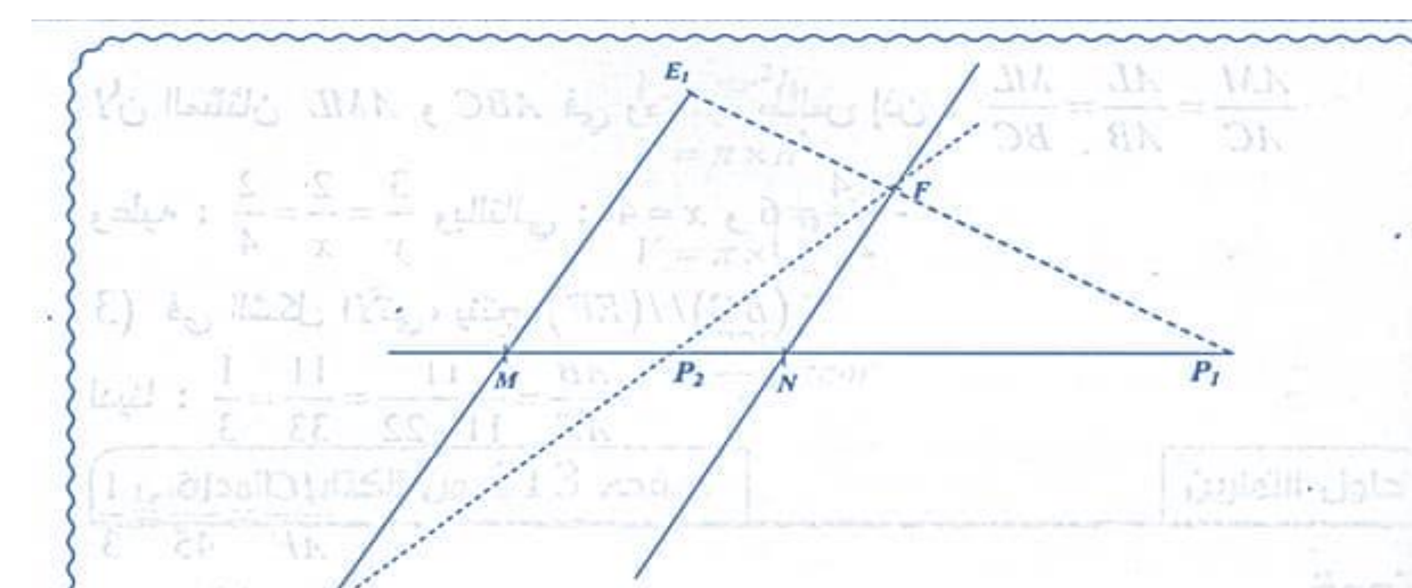
**19** إنشاء النقطة $P$ من $(MN)$ حيث : $\frac{PM}{PN}=\frac{11}{7}$

– نرسم مستقيمين متوازيين $(d)$ و $(d')$ بحيث $(d)$ يمر من $M$ و $(d')$ يمر من $N$.

– على المستقيم $(d)$ نعلم النقطتين $E_1$ و $E_2$ بحيث : $ME_1=ME_2=11$

– على المستقيم $(d')$ نعلم النقطة $F$ بحيث : $NF=7$

المستقيمين $(E_1F)$ و $(E_2F)$ يقطعان $(MN)$ في نقطتين $P_1$ و $P_2$




المثلثان $P_1ME_2$ و $P_1NF$ في وضعية طالس.

إذن : $\frac{P_1M}{P_1N}=\frac{ME_2}{MF_2}=\frac{11}{7}$

النقطتان $P_1$ و $P_2$ هما المطلوبتان (وضعيتان للنقطة $P$ المطلوبة).

| حلول التمارين | صفحة 112 من الكتاب المدرسي |
|---|---|

## أؤكد تعلّماتي

اختيار الإجابة أو الإجابات الصحيحة :

1) في الشكل الآتي $(BC)//(IJ)$

ينتج : $x=6$ ، $y=\frac{9}{2}$ أو $y=4,5$

لأن المثلثان $AIJ$ و $ABC$ في وضعية طالس وعليه: $\frac{AI}{AB}=\frac{AJ}{AC}=\frac{IJ}{BC}$

بالتعويض : $\frac{x}{10}=\frac{y}{y+3}=\frac{3}{5}$ إذن : $x=\frac{10\times3}{5}=6$

ولدينا : $\frac{3}{5}=\frac{y}{y+3}$ وعليه : $5\times y=3(y+3)$

أي : $5y=3y+9$ وبالتالي : $2y=9$ أي : $y=\frac{9}{2}=4,5$

2) في الشكل الآتي : $(LM)//(BC)$

ينتج : $x=4$ ، $y=6$

لأن المثلثان $AML$ و $ABC$ في وضعية طالس إذن : $\frac{AM}{AC}=\frac{AL}{AB}=\frac{ML}{BC}$

وعليه : $\frac{3}{y}=\frac{2}{x}=\frac{2}{4}$ وبالتالي : $x=4$ و $y=\frac{3\times4}{2}=6$

3) في الشكل الآتي، ينتج $(BC)//(EF)$

لدينا : $\frac{AB}{AE}=\frac{11}{11+22}=\frac{11}{33}=\frac{1}{3}$

$\frac{AC}{AF}=\frac{15}{45}=\frac{1}{3}$

إذن : $\frac{AC}{AF}=\frac{AB}{AE}$.

والنقاط $A;B;E$ استقامية والنقاط $A;C;E$ استقامية وبنفس الترتيب، حسب الخاصية العكسية لخاصية طالس نستنتج أن : $(BC)//(EF)$.

4) نختار تدريجيا منتظما على $(AB)$ ونرسم مستقيمات موازية لـ $(BC)$

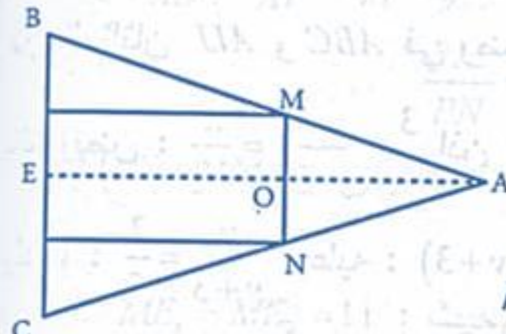
ينتج المثلثان $AMN$ و $ABC$ في وضعية طالس إذن : $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}=\frac{3}{5}$

وعليه : $\frac{3}{5}=\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}$ صحيحة

$\frac{3}{5}=\frac{MN}{BC}=\frac{AM}{AB}$ صحيحة

$5\times MN=3\times BC$ صحيحة انطلاقا من $\frac{MN}{BC}=\frac{3}{5}$.

## أدمج تعلّماتي :




المثلثان $AMD$ و $ABE$ في وضعية طالس

إذن: $\frac{18-h}{18}=\frac{r}{6}$ أي: $\frac{18-h}{18}=\frac{3r}{18}$

ومنه : $h=18-3r$

من أجل $h=r$ نجد: $4h=18$ وعليه: $h=4,5$

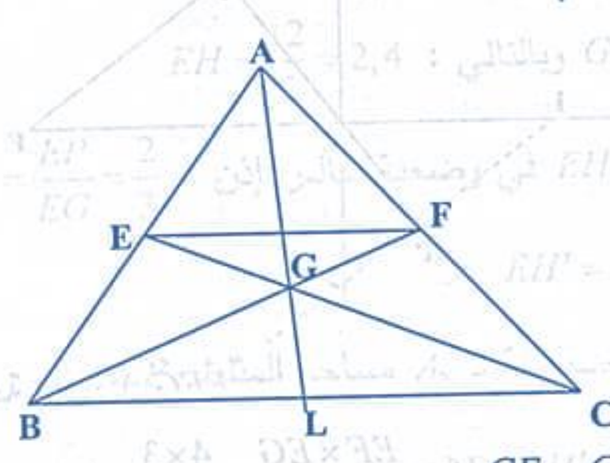
في هذه الوضعية الحجم $V$ لهذه الإسطوانة يكون:

$$V = \pi r^2 h$$
$$V = \pi \times h^3$$
$$V = \pi \times \left(\frac{9}{2}\right)^3$$
$$V = \frac{729}{8}\pi cm^3$$

## حلول التمارين | صفحة 113 من الكتاب المدرسي

### أتعمق

**20** 1. رسم شكلا مناسبا:




2. إثبات أن $\frac{GE}{GC} = \frac{GF}{GB} = \frac{1}{2}$ :

المثلثان $GEF$ و $GBC$ في وضعية طالس إذن :

$$\frac{GE}{GC} = \frac{GF}{GB} = \frac{EF}{BC} = \frac{\frac{1}{2}BC}{BC} = \frac{1}{2}$$

وعليه: $\frac{GE}{GC} = \frac{GF}{GB} = \frac{1}{2}$ .

3. إثبات أن $F$ هي منتصف $[AC]$ و $E$ منتصف $[AB]$ :

المثلثان $AEF$ و $ABC$ في وضعية طالس إذن : $\frac{AF}{AC} = \frac{AE}{AB} = \frac{EF}{BC}$

لكن : $\frac{EF}{BC} = \frac{1}{2}$ وعليه : $\frac{AF}{AC} = \frac{1}{2}$

أي: $AF = \frac{1}{2}AC$ و $F \in [AC]$ فإن : $F$ منتصف $[AC]$

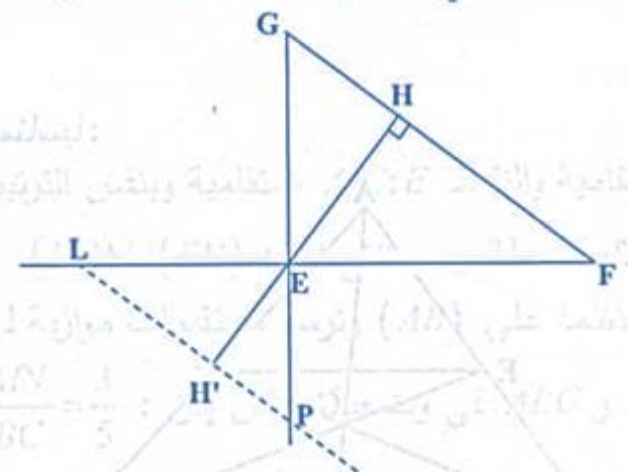
من جهة أخرى: $\frac{AE}{AB}=\frac{1}{2}$ أي : $AE=\frac{1}{2}AB$ و $E\in[AB]$

إذن $E$ منتصف $[AB]$.

4. إثبات أن $L$ منتصف $[BC]$ :

بما أن $G$ نقطة تقاطع المتوسطات في المثلث $ABC$ فإن $(AL)$ هو المتوسط هو المتعلق بالضلع $[BC]$ وبالتالي: $L$ هو منتصف $[BC]$

**21** إنشاء المثلث $EFC$ قائما في $E$ حيث : $EF=4cm$ و $EG=3cm$




1) حساب $A_1$ مساحة المثلث $EFG$ :

$$A_1=\frac{EF\times EG}{2}=\frac{4\times 3}{2}$$

$$A_1=6cm^2$$

2) إنشاء النقطتين $L$ و $P$ :

$$\frac{EL}{EF}=\frac{2}{3} \text{ ، } \frac{EP}{EG}=\frac{2}{3}$$

استنتاج أن $(GF)//(LP)$:

بما أن $\frac{EL}{EF}=\frac{2}{3}$ و $\frac{EP}{EG}=\frac{2}{3}$

فإن: $\frac{EP}{EG}=\frac{EL}{EF}$ والنقاط $G,E,P$ استقامية والنقاط $F;E;L$ استقامية وبنفس الترتيب، حسب الخاصية العكسية لخاصية طالس المستقيمين $(GF)$ و $(LP)$ متوازيين.

3) حساب القيمة المضبوطة لكل من الطول $LP$ وارتفاع المثلث $ELP$ المتعلق بالرأس $E$ :

أولا حساب الطول $GF$ : بتطبيق خاصية فيثاغورث نجد : $GF^2 = EG^2 + EF^2$

أي : $GF^2 = 3^2 + 4^2$ وبالتالي : $GF^2 = 25$ وعليه : $GF = 5cm$

وبما أن المثلثان $EGF$ و $ELP$ في وضعية طالس فإن : $\frac{EL}{EF} = \frac{EP}{EG} = \frac{LP}{GF}$

أي: $\frac{LP}{5} = \frac{2}{3}$ وبالتالي: $LP = \frac{10}{3}cm$

نفرض $H'$ هي المسقط العمودي للنقطة $E$ على $(LP)$ وبما أن $H$ هي المسقط العمودي للنقطة $E$ على $[GF]$

لدينا : $S_{EFG} = 6$ وعليه : $\frac{GF \times EH}{2} = 6$

أي : $GF \times EH = 12$ وبالتالي : $EH = \frac{12}{5} = 2,4$

المثلثان $EH'P$ و $EHG$ في وضعية طالس إذن : $\frac{EH'}{EH} = \frac{EP}{EG} = \frac{2}{3}$

وعليه: $EH' = \frac{2}{3} EH = 1,6$

4) حساب القيمة المضبوطة لـ $A_2$ مساحة المثلث $ELP$ :

$$A_2 = \frac{LP \times EH'}{2} = \frac{\frac{10}{3} \times 1,6}{2} = \frac{16}{6} = \frac{8}{3}$$

التحقق أن: $A_2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 A_1$

لدينا : $\left(\frac{2}{3}\right)^2 A_1 = \frac{4}{9} \times 6 = \frac{24}{9} = \frac{8}{3} = A_2$

وعليه : $A_2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 A_1$

**22** حساب الطول $OB$:

المستقيمان $(AC)$ و $(BD)$ متقاطعان في $O$ والمستقيمان $(AB)$ و $(CD)$ متوازيان حسب خاصية طالس : $\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD} = \frac{AB}{CD}$

بالتعويض : $\frac{OB}{OB + BD} = \frac{2}{5}$ بفرض $OB = x$

نجد : $\frac{2}{5}=\frac{x}{x+6}$ وعليه : $5x=2(x+6)$

أي : $5x=2x+12$ إذن : $3x=12$ وعليه : $x=4$

وبالتالي : $OB=4m$.

**23** معرفة هل $(CK)$ يوازي $(AD)$ :

أولا حساب الطولين $CL$ و $LK$ :

المستقيمين $(CL)$ و $(BK)$ يتقاطعان في النقطة $A$

المستقيمان $(BC)$ و $(LK)$ متوازيان

حسب خاصية طالس : $\frac{LK}{BC}=\frac{AK}{AB}=\frac{AL}{AC}$ وعليه : $\frac{LK}{30}=\frac{30}{50}=\frac{20}{AC}$

إذن : $AC=\frac{50\times20}{30}=\frac{100}{3}$ ، $LK=\frac{30\times30}{50}=18$

وعليه : $CL=AC-AL=\frac{100}{3}-20=\frac{40}{3}$

من جهة أخرى لدينا :

$$\frac{LC}{LA}=\frac{\frac{40}{3}}{20}=\frac{40}{3}\times\frac{1}{20}=\frac{2}{3} \quad ; \quad \frac{LK}{LD}=\frac{18}{13,5}=\frac{4}{3}$$

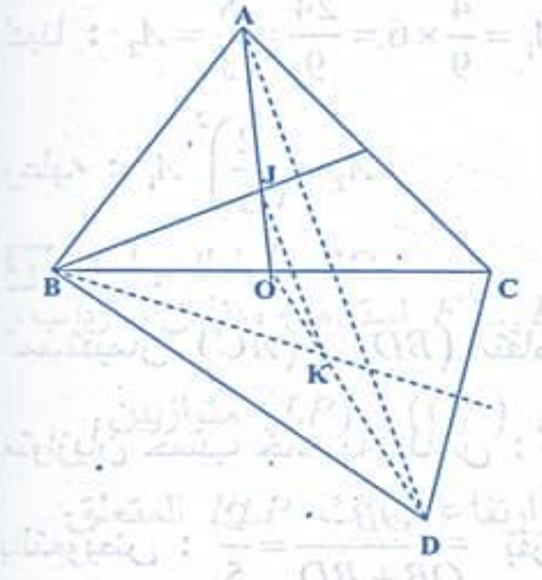
بما أن $\frac{LC}{LA}\neq\frac{LK}{LD}$ وبما أن المساواة خاطئة حسب خاصية طالس، نستنتج أن المستقيمان $(CK)$ و $(AD)$ غير متوازيان.



**24** $ABC$ و $DBC$ مثلثان، $O$ منتصف $[BC]$

$J$ هي مركز ثقل المثلث $ABC$

و $K$ هي مركز ثقل المثلث $DBC$




إثبات أن $(JK)$ يوازي $(AD)$ :

بما أن $J$ مركز ثقل المثلث $ABC$ فإن : $OJ=\frac{1}{3}OA$ أي : $\frac{OJ}{OA}=\frac{1}{3}$....(1)

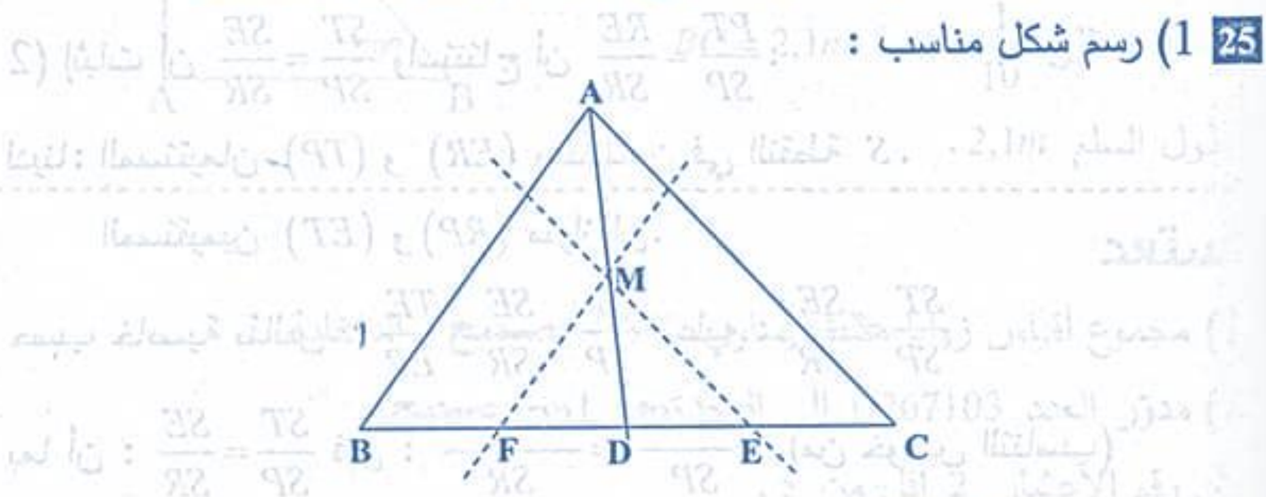
من جهة أخرى $K$ مركز ثقل المثلث $BCD$ فإن : $OK=\frac{1}{3}OD$

أي : $\frac{OK}{OL}=\frac{1}{3}$....(2)

من (1) و(2) ينتج أن : $\frac{OJ}{OA}=\frac{OK}{OD}$

والنقاط $O;J;A$ استقامية والنقاط $O;K;D$ استقامية وبنفس الترتيب، حسب الخاصية العكسية لخاصية طالس نستنتج أن $(JK)$ و $(AD)$ متوازيان.

**25** 1) رسم شكل مناسب :




2) إثبات أن $\frac{DF}{DB}=\frac{DE}{DC}$ واستنتاج أن $D$ منتصف $[EF]$:

لدينا في المثلث $ADC$ : $(AC)//(ME)$ والمثلثان $DME$ و $ADC$ في وضعية طالس إذن $\frac{DM}{DA}=\frac{DE}{DC}$.....(1)

من جهة أخرى لدينا في المثلث $ABD$ : $(AB)//(MF)$ والمثلثان $DMF$ و $ADB$ في وضعية طالس إذن : $\frac{DM}{DA}=\frac{DF}{DB}$......(2)

من (1) و(2) ينتج أن : $\frac{DF}{DB}=\frac{DE}{DC}$

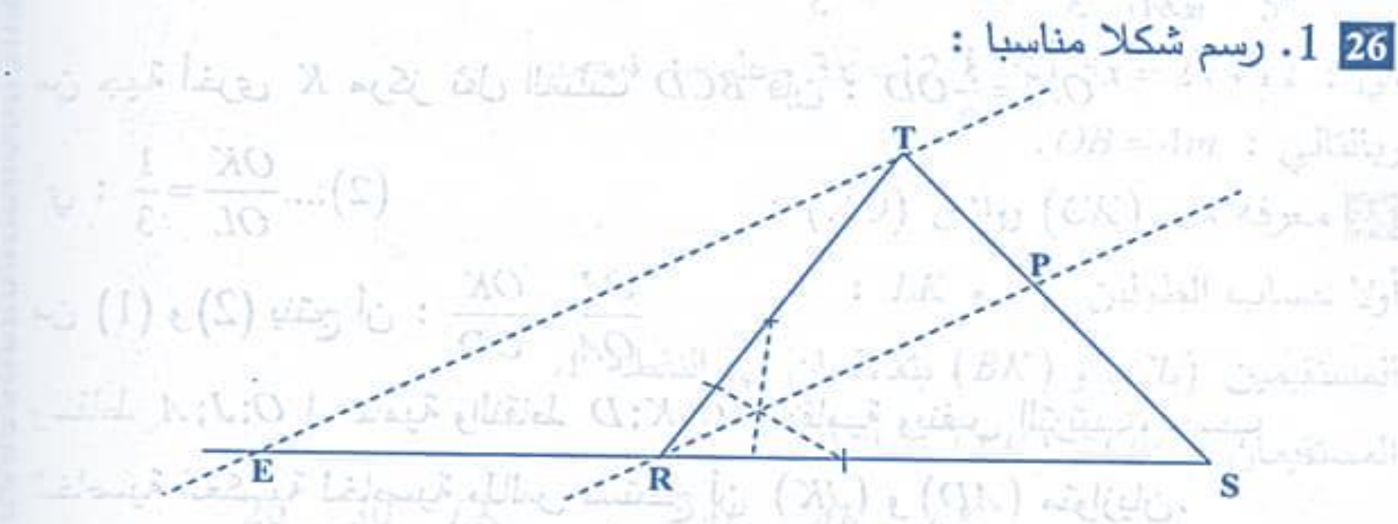
بما أن $(AD)$ المتوسط المتعلق بالضلع $[BC]$ فإن : $D$ منتصف $[BC]$

أي : $DC=DB$

وعليه فإن : $\frac{DF}{DB}=\frac{DE}{DC}$ تعني أن : $DF=DE$ و $D\in[EF]$

وبالتالي $D$ منتصف $[EF]$.

**26** 1. رسم شكلا مناسبا :




2) إثبات أن $\frac{ST}{SP}=\frac{SE}{SR}$ واستنتاج أن $\frac{PT}{SP}=\frac{RE}{SR}$:

لدينا: المستقيمان $(TP)$ و $(ER)$ متقاطعين في النقطة $S$.

المستقيمين $(ET)$ و $(RP)$ متوازيان.

حسب خاصية طالس : $\frac{ST}{SP}=\frac{SE}{SR}=\frac{TE}{ER}$ وعليه : $\frac{ST}{SP}=\frac{SE}{SR}$

بما أن : $\frac{ST}{SP}=\frac{SE}{SR}$ فإن : $\frac{ST-SP}{SP}=\frac{SE-SR}{SR}$ (من خواص التناسب)

وعليه : $\frac{PT}{SP}=\frac{RE}{SR}$.

3) إثبات أن المثلث $RTE$ متساوي الساقين :

لدينا : $R\hat{E}T=P\hat{R}S$ (بالتماثل)

$R\hat{T}E=P\hat{R}T$ (بالتبادل الداخلي)

وبما أن : $P\hat{R}T=P\hat{R}S$ فإن : $R\hat{E}T=R\hat{T}E$ وعليه فإن المثلث $RTE$ متساوي الساقين رأسه الأساسي $R$ وقاعدته $[ET]$.

4) إثبات أن $\frac{PT}{SP}=\frac{RT}{SR}$:

بما أن المثلث $RTE$ متساوي الساقين فإن : $RT=RE$

وبما أن : $\frac{PT}{SP}=\frac{RE}{SR}$ فإن : $\frac{PT}{SP}=\frac{RT}{SR}$.

المثلثان $AFM$ و $AEB$ في وضعية طالس إذن : $\frac{AM}{AB}=\frac{AF}{AE}=\frac{3a}{7a}=\frac{3}{7}$

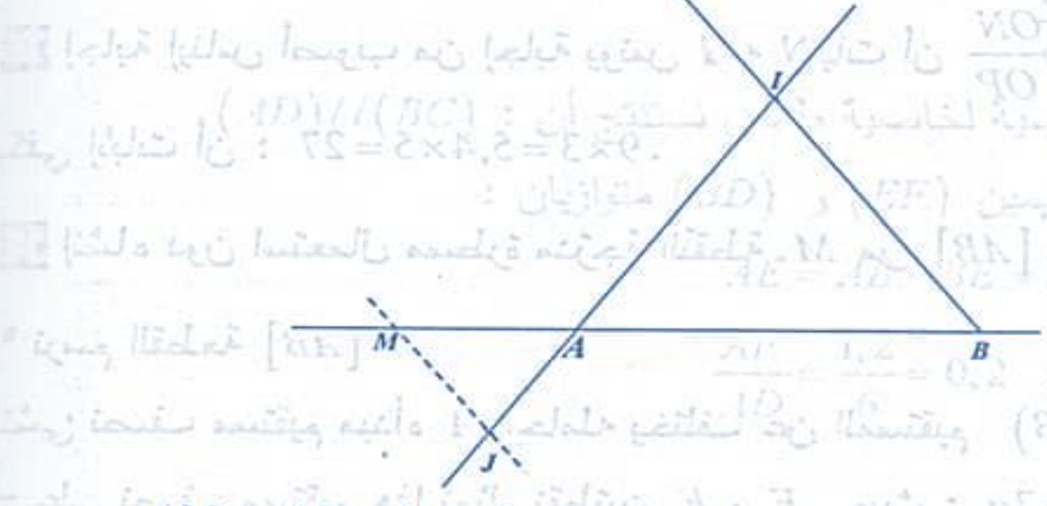
**18** إنشاء دون استعمال مسطرة مدرجة النقطة $M$ من $(AB)$ ولا تنتمي إلى $[AB]$ حيث : $\frac{AM}{AB}=\frac{4}{9}$

* نرسم المستقيم $(AB)$.

* ننشئ مستقيم يشمل $A$ وحامله يختلف عن المستقيم $(AB)$.

– على هذا المستقيم تعيين نقطتين $I$ و $J$ في جهتين مختلفتين عن $A$ حيث $AI=9a$ ، $AJ=4a$.

– نرسم المستقيم $(IB)$ ثم المستقيم الموازي له ويشمل النقطة $J$ فيقطع $(AB)$ في النقطة $M$.




المثلثان $AMJ$ و $ABI$ في وضعية طالس إذن : $\frac{AM}{AB}=\frac{AJ}{AI}=\frac{4a}{9a}=\frac{4}{9}$

**19** إنشاء النقطة $P$ من $(MN)$ حيث : $\frac{PM}{PN}=\frac{11}{7}$

– نرسم مستقيمين متوازيين $(d)$ و $(d')$ بحيث $(d)$ يمر من $M$ و $(d')$ يمر من $N$.

– على المستقيم $(d)$ نعلم النقطتين $E_1$ و $E_2$ بحيث : $ME_1=ME_2=11$

– على المستقيم $(d')$ نعلم النقطة $F$ بحيث : $NF=7$

المستقيمين $(E_1F)$ و $(E_2F)$ يقطعان $(MN)$ في نقطتين $P_1$ و $P_2$

